

1. $2\sqrt{75} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{6 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}$

② $8\sqrt{3} + 24$

③ $\sqrt{3} + 24$

④ $\sqrt{3} + 8$

⑤ $2\sqrt{3} + 8$

해설

$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{75} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{6 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\
 &= 10\sqrt{3} + \sqrt{3}(8\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{3}(6 - 3\sqrt{2})}{3} \\
 &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - \frac{(6\sqrt{3} - 3\sqrt{6})}{3} \\
 &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - (2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \\
 &= 10\sqrt{3} + 24 - \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \\
 &= 8\sqrt{3} + 24
 \end{aligned}$$

2. $A = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{6} - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{2}A - \sqrt{3}B$ 의 값은?

① $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$

② $\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$

③ $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 5$

④ $-\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$

⑤ $-\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$

해설

$$\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3}) = \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$$

3. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)+(6+2\sqrt{3})\div\sqrt{2}$$

① $-\sqrt{6}$

② $4-2\sqrt{2}$

③ 4

④ $4-3\sqrt{6}$

⑤ $4+3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)+(6+2\sqrt{3})\div\sqrt{2} \\&= 4-\frac{3\sqrt{6}}{3}+\frac{6\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2} \\&= 4-\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{6} \\&= 4+3\sqrt{2}\end{aligned}$$

4. $\sqrt{3}(\sqrt{10} - \sqrt{15}) \div \sqrt{5}$ 를 계산하면?

① $\sqrt{6} - 3$

② $6 - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

④ $\sqrt{6} + 3$

⑤ $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (\sqrt{3} \sqrt{10} - \sqrt{15} \sqrt{3}) \div \sqrt{5} \\&= (\sqrt{30} - \sqrt{45}) \div \sqrt{5} \\&= \sqrt{6} - \sqrt{9} \\&= \sqrt{6} - 3\end{aligned}$$

5. 다음 계산 중 옳은 것은?

$$\textcircled{1} \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 8 + 3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$$

$$\textcircled{3} (\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = 2 - \sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\textcircled{5} \frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3} + \frac{4 - 2\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{6}) = 8 - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & (\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{63} - \sqrt{35}}{\sqrt{7}} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} + 1\right) + \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} - 1\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + (1 - 1) = \frac{7\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(12 + 3\sqrt{6})}{3} \\ &= \frac{12\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

6. 실수 x, y 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $x \odot y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \odot 2) + (2a \odot 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 14

② 17

③ 21

④ 23

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}(a \odot 2) + (2a \odot 1) &= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\&= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\&= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$b = 3a + 3, 4a = 20 \text{ 이므로 } a = 5, b = 18$$

$$\therefore a + b = 23$$

7. $2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3} = 2a - 7 + (8 - 4a)\sqrt{3}$$

주어진 식이 유리수가 되기 위해서는 $8 - 4a$ 의 값이 0이 되어야 한다.

$$8 - 4a = 0 \quad \therefore a = 2$$

8. $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18} \\ &= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2} \end{aligned}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.

$$\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$$

9. $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6}\right) - \frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} - 2)$ 가 유리수가 되도록 유리수 a 의 값을 정하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= 2\sqrt{2} - 12 - 4a + a\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(2 + a) - 12 - 4a$$

유리수가 되기 위해서 $a + 2 = 0$

$$\therefore a = -2$$

10. $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -7

② 7

③ 14

④ 21

⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

11. $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -11

② -5

③ 10

④ 17

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ &\therefore a = -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

12. 다음의 A 의 값이 유리수일 때, 유리수 a 의 값과 A 의 값을 모두 바르게 말한 것은?

$$A = \sqrt{24} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \right) - \frac{a}{\sqrt{2}} (\sqrt{32} - 2)$$

① $-2, -1$

② $-2, -4$

③ $-2, 2$

④ $-1, -8$

⑤ $2, -20$

해설

$$\text{i) } \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{16a} + a\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a$$

a 는 유리수이므로 값이 유리수가 되기 위해서는 $2+a=0$ $\therefore$

$$a = -2$$

ii) $\sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a$ 에 $a = -2$ 를 대입하면

$$\sqrt{2}(2-2) - 12 - 4 \times (-2) = -12 + 8 = -4$$

13. 유리수 a, b 에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다." 라는 성질을 이용하여 $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$ 을 만족시키는 두 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \boxed{}, y = \boxed{}$$

$$\text{따라서, } x + y = \boxed{}$$

- ① $x = 13, y = 33, x + y = 20$
 ② $x = 23, y = -13, x + y = 10$
 ③ $x = -33, y = 13, x + y = -20$
 ④ $x = 33, y = -13, x + y = 20$
 ⑤ $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$2 \times \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

14. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

15. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화할 때, 다음 중에서 어떤 수를 분모, 분자에 곱하면 가장 편리한가?

① $\sqrt{3}$

② $2 - \sqrt{3}$

③ -2

④ $2 + \sqrt{3}$

⑤ $-2 + \sqrt{3}$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$$

16. 분수 $\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ 을 유리화하면?

① $4\sqrt{3} + 6$

② $-6 + 4\sqrt{3}$

③ $-4\sqrt{3} - 6$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $-5\sqrt{7} + 8$

해설

$$\frac{2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 4\sqrt{3} - 6$$

17. $\frac{4}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $4\sqrt{3} + 8$

② $-4\sqrt{3} + 8$

③ $-4\sqrt{3} - 8$

④ $-4\sqrt{3} + 2$

⑤ $-4\sqrt{3} - 2$

해설

$$\frac{4(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \frac{4\sqrt{3} + 8}{-1} = -4\sqrt{3} - 8$$

18. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화할 때, 다음 중 어떤 수를 분자, 분모에 곱하면 가장 편리한가?

① $\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}$

③ -2

④ $\sqrt{3}-2$

⑤ $2+\sqrt{3}$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$$

19. 다음 식을 $a + b\sqrt{m}$ 의 꼴로 고치고, ab 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})^2$$

① 9

② 16

③ 25

④ 36

⑤ 49

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} - (4 + 4\sqrt{3} + 3) \\&= \frac{2 - \sqrt{3}}{1} - 7 - 4\sqrt{3} \\&= 2 - \sqrt{3} - 7 - 4\sqrt{3} \\&= -5 - 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = -5, b = -5$$

$$\therefore ab = 25$$

20. $\frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}}$ 을 계산하면?

① $-2\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

분모를 유리화하면,

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} - \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{6} \end{aligned}$$

21. $3 + \sqrt{5}$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라고 할 때, $\sqrt{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$3 + \sqrt{5} = 5. \times \times$ 이므로

$3 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{5} - 2$ 이다.

$$a = 5$$

$$b = \sqrt{5} - 2$$

$$\begin{aligned}\sqrt{a} - \frac{1}{b} &= \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{5} - \frac{(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} \\ &= \sqrt{5} - \frac{1(\sqrt{5} + 2)}{1} = -2\end{aligned}$$

22. 곱셈공식을 이용하여 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 를 계산하면?

① $-2\sqrt{15}$

② $2\sqrt{15}$

③ -8

④ 8

⑤ $8-2\sqrt{15}$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \\&= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2} - \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{-2} \\&= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{2} \\&= \frac{5+3-2\sqrt{15}+3+5+2\sqrt{15}}{2} \\&= \frac{16}{2} = 8\end{aligned}$$

23. 다음 중 분모를 유리화한 결과가 틀린 것은?

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{2-\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{2}{3-2\sqrt{2}} = 6+2\sqrt{2}$$

해설

$$\textcircled{5} \quad \frac{2}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = 6+4\sqrt{2}$$

24. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14-2\sqrt{10}$

④ $14+2\sqrt{10}$

⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

25. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$