

1. 좌표평면 위에서 $x+y \leq 5$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

구하는 순서쌍은 $(1, 4), (1, 3), (1, 2), (1, 1), (2, 3), (2, 2), (2, 1), (3, 2), (3, 1), (4, 1)$ 이다.

2. 좌표평면 위에서 $2x + y < 4$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

구하는 순서쌍은 (1,1)로 1개이다.

3. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x, y 라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$10 \leq x + y \leq 12$

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

두 주사위의 눈의 합이
10이 되는 경우 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)
11이 되는 경우 : (5, 6), (6, 5)
12가 되는 경우 : (6, 6)

4. 부등식 $5x \leq a + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

㉠ 2 ㉡ 3 ㉢ 4 ㉣ 5 ㉤ 6

해설

$5x \leq a + 4x$ 를 정리하면 $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2가 되어야 하므로 $2 \leq a < 3$ 이
되어야 한다.

5. 부등식 $-2x \geq -x - a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-2x \geq -x - a$ 를 정리하면 $2x \leq x + a$, $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4뿐이어야 하므로 $4 \leq a < 5$
이 되어야 한다.

6. 부등식 $\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 6개일 때, 자연수 a 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a \text{를 정리하면}$$

$$2x+3-(x+3) < a$$

$$2x+3-x-3 < a$$

$$\therefore x < a$$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \leq a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a=7$ 이다.

7. 부등식 $4x + a \geq 5x - 2$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개일 때, 정수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$4x + a \geq 5x - 2$ 를 정리하면

$-x \geq -2 - a, \therefore x \leq a + 2$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 1개이므로

$a + 2 = 1$

$\therefore a = -1$

8. 부등식 $7x - 3a \leq 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7x - 3a \leq 4x$ 를 정리하면

$3x \leq 3a, \quad \therefore x \leq a$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로

$2 \leq a < 3$

따라서 a 의 최솟값은 2이다.

9. 부등식 $6x - a \leq 3 + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$

② $5 \leq a < 7$

③ $4 \leq a < 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 < a \leq 7$

해설

$$6x - a \leq 3 + 4x$$

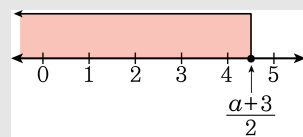
$$6x - 4x \leq 3 + a$$

$$2x \leq 3 + a$$

$$\therefore x \leq \frac{3+a}{2}$$

x 는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x 가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.

$\frac{3+a}{2}$ 의 범위는 $4 \leq \frac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \leq a < 7$ 이다.



10. 부등식 $3x \leq 2x + a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq a < 4$

해설

$3x \leq 2x + a$ 를 정리하면 $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3이므로
 $3 \leq a < 4$ 가 되어야 한다.

11. 부등식 $\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 5개일 때, 정수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

▷ 정답 : -9

해설

$\frac{x-k}{4} - \frac{3+2x}{3} \geq -\frac{5}{6}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$3x - 3k - 12 - 8x \geq -10$$

$$-5x \geq 2 + 3k$$

$$\therefore x \leq -\frac{2+3k}{5}$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 5개 이므로 $5 \leq$

$$-\frac{2+3k}{5} < 6 \text{ 이 되어야 한다.}$$

$$25 \leq -2 - 3k < 30$$

$$27 \leq -3k < 32$$

$$-\frac{32}{3} < k \leq -9$$

따라서, 정수 k 값은 -10, -9 이다.

12. 부등식 $\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 x 가 3개일 때, 정수 k 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3}$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9 - 3k + x + 2 \leq -4$$

$$\therefore x \leq -15 + 3k$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $3 \leq 3k - 15 < 4$ 가 되어야 한다.

$$18 \leq 3k < 19$$

$$6 \leq k < \frac{19}{3}$$

따라서 정수 k 의 값은 6이다.

13. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때,
상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라.
(단, x 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면

$$-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$$

$$\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$$

위 부등식을 만족하는 x 가 n 개라면

$$n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1 \text{ 이 } 2 \leq a < \frac{13}{3} \text{ 이므로}$$

$$7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$$

$$7n - 8 \leq 3a < 7n - 1$$

$$\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13$$

$$\therefore n = 2$$

14. 일차부등식 $\frac{x-a}{3} \geq x-a$ 를 만족하는 자연수 x 의 값이 3개가 되도록 하는 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-a}{3} &\geq x-a \\ x-a &\geq 3x-3a \\ 2a &\geq 2x \\ x &\leq a \\ \text{자연수 } x \text{의 값이 3개이므로} \\ 3 &\leq a < 4 \\ \therefore a &= 3\end{aligned}$$

15. 부등식 $\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$ 을 참이 되게 하는 자연수 x 의 개수가 8개다. 이때, 정수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 18

해설

$$\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$$

$$x < \frac{3}{5}a - 2$$

$$8 < \frac{3}{5}a - 2 \leq 9$$

$$\frac{50}{3} < a \leq \frac{55}{3}$$

따라서 a 는 정수이므로 17, 18 이다.