

1. $-1 \leq x < 4$ 일 때 $-2x + 3$ 의 범위는?

① $-5 < -2x + 3 \leq 5$

② $-5 \leq -2x + 3 < 5$

③ $-6 \leq -2x + 3 < 6$

④ $-5 < -2x + 3 \leq 6$

⑤ $-5 < -2x + 3 \leq 7$

해설

$-1 \leq x < 4$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-8 < -2x \leq 2$, 각각의 변에 3 을 더하면 $-5 < -2x + 3 \leq 5$ 이다.

2. $-2 \leq x < 3$ 일 때, $A = 4 - 3x$ 의 값의 범위는?

- ① $-5 < A \leq 10$ ② $-4 \leq A < 7$ ③ $-2 < A \leq 4$
④ $-9 < A \leq 6$ ⑤ $-1 < A \leq 11$

해설

$-2 \leq x < 3$ 의 각 변에 -3 을 곱하면 $-9 < -3x \leq 6$, 각 변에 4 를 더하면 $-5 < 4 - 3x \leq 10$,

$A = 4 - 3x$ 이므로 $-5 < A \leq 10$ 이다. $A = 4 - 3x$ 를 $x = \frac{4 - A}{3}$

으로 변형한 후 $-2 \leq x < 3$ 에 대입하면 $-2 \leq \frac{4 - A}{3} < 3$ 이 된다.

$-2 \leq \frac{4 - A}{3} < 3$ 의

각 변에 3 을 곱하면 $-6 \leq 4 - A < 9$

각 변에 -4 를 더하면 $-10 \leq -A < 5$

각 변에 -1 를 곱하면 $-5 < A \leq 10$ 이 된다.

3. $-10 < x \leq 25$ 일 때, $B = -\frac{2}{5}x - 3$ 의 값의 범위는?

① $-1 \leq B < 3$

② $-7 \leq B < 7$

③ $-7 < B \leq 7$

④ $-13 \leq B < 1$

⑤ $-13 < B \leq 1$

해설

$-10 < x \leq 25$ 의 각각의 변에 $-\frac{2}{5}$ 를 곱하면 $-10 \leq -\frac{2}{5}x < 4$,

각각의 변에 3 을 빼면 $-13 \leq -\frac{2}{5}x - 3 < 1$

$\therefore -13 \leq B < 1$

4. $1 \leq 1 - 2x \leq 5$ 를 만족하는 x 의 값에 대하여 $\frac{x}{3} + 2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M + m$ 의 값은?

① $\frac{10}{3}$

② 2

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$1 \leq 1 - 2x \leq 5$ 의 각 변에서 1 을 빼면 $0 \leq -2x \leq 4$, 각 변을 -2 로 나누면 $-2 \leq x \leq 0$ 이 된다. $\frac{x}{3} + 2$ 의 값을 구하기 위해 $-2 \leq x \leq 0$ 의 변을 3 으로 나누면 $-\frac{2}{3} \leq \frac{x}{3} \leq 0$, 각 변에 2 를 더하면 $\frac{4}{3} \leq \frac{x}{3} + 2 \leq 2$ 가 되므로 최댓값 M 은 2, 최솟값 m 은 $\frac{4}{3}$ 이다.

$$\therefore M + m = \frac{10}{3}$$

5. $-1 < x \leq 5$ 일 때, $-2x + 7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 할 때, $p + q$ 의 값은? (단, p, q 는 정수)

① -5

② -3

③ -2

④ 5

⑤ 6

해설

$-1 < x \leq 5$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2x < 2$, 각 변에 7 을 더하면 $-3 \leq -2x + 7 < 9$ 이다. p, q 는 정수이므로 $p = -3$, $q = 8$ 이다.

$$\therefore p + q = 5$$

6. $-3 \leq x < 2$ 일 때, $A = 5 - 2x$ 라면 A 의 범위는?

① $-1 \leq A < 11$

② $-1 < A \leq 11$

③ $-1 \leq A \leq 11$

④ $1 < A \leq 11$

⑤ $1 \leq A \leq 11$

해설

$A = 5 - 2x$ 를 $x = \frac{5 - A}{2}$ 로 변형한 후

$-3 \leq x < 2$ 에 대입하면 $-3 \leq \frac{5 - A}{2} < 2$ 가 된다.

$-3 \leq \frac{5 - A}{2} < 2$ 의 각 변에 2 를 곱하면 $-6 \leq 5 - A < 4$

각 변에 -5 를 더하면 $-11 \leq -A < -1$

각 변에 -1 을 곱하면 $1 < A \leq 11$ 이 된다.

7. $2 < x < 13$ 이고 $A = -2x + 7$ 일 때, A 의 범위는 $a < A < b$ 이다.
이때, 상수 a, b 의 합은?

① -14

② -15

③ -16

④ -17

⑤ -18

해설

$$2 < x < 13$$

$$-26 < -2x < -4 \text{ (양변에 같은 수 } -2 \text{ 를 곱한다.)}$$

$$-19 < -2x + 7 < 3 \text{ (양변에 같은 수 } 7 \text{ 을 더한다.)}$$

$$a = -19, b = 3 \text{ 이므로 } a + b = -16 \text{ 이다.}$$

8. $-1 < x \leq 3$, $A = 5 - 2x$ 일 때, 정수 A 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$-1 < x \leq 3, -2 < 2x \leq 6$$

$$-6 \leq -2x < 2$$

$$\therefore -1 \leq 5 - 2x < 7$$

따라서 정수 A 는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 8개이다.

9. $-3 \leq x < 1$ 일 때, $5 - 2x$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < 5 - 2x \leq 11$

해설

$-3 \leq x < 1$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-2 < -2x \leq 6$, 각각의 변에 5 를 더하면 $3 < 5 - 2x \leq 11$ 이다.

10. $-2 < x < 3$ 일 때, $A = -3x - 2$ 이다. A 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-11 < A < 4$

해설

$-2 < x < 3$ 의

각각의 변에 -3 을 곱하면 $-9 < -3x < 6$

각각의 변에 -2 를 더하면 $-11 < -3x - 2 < 4$ 이다.

따라서 A 의 범위는 $-11 < A < 4$ 이다.

11. $-1 < x \leq 5$ 일 때, $-2x + 7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 하자. 이 때, pq 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -24

해설

$-1 < x \leq 5$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2x < 2$, 각각의 변에 7 을 더하면 $-3 \leq -2x + 7 < 9$ 이다.

p, q 는 정수이므로 $p = -3, q = 8$ 이다.

$\therefore pq = -24$

12. $1 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 0$ 일 때, $2x - 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -12

② -11

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$1 \leq x \leq 2$ 의 각 변에 2 를 곱하면 $2 \leq 2x \leq 4$

$-3 \leq y \leq 0$ 의 각 변에 -3 을 곱하면 $0 \leq -3y \leq 9$

$2x - 3y$ 는 $2 \leq 2x - 3y \leq 13$,

따라서 최솟값은 2 , 최댓값은 13 이므로 합은 15 이다.

13. $-1 < x + 1 \leq 2$, $a \leq 7 - 3x < b$ 일 때, $3a - b$ 의 값은?

① -4

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$-1 < x + 1 \leq 2$ 에서

각 변에 1 를 빼면 $-2 < x \leq 1$

각 변에 -3 을 곱하면 $-3 \leq -3x < 6$

각 변에 7 을 더하면 $4 \leq 7 - 3x < 13$

$a = 4$, $b = 13$ 이므로 $3a - b = 3 \times 4 - 13 = -1$ 이다.

14. $2 < x < 13$ 이고, $a < -2x + 7 < b$ 일 때, $a + 7b$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$2 < x < 13$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-26 < -2x < -4$

각 변에 7 을 더하면 $-19 < -2x + 7 < 3$

$a = -19$, $b = 3$ 이므로 $a + 7b = -19 + 21 = 2$ 이다.

15. $-3 < a < 7$, $-4 < b < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-2 < a - b < 11$

② $1 < a - b < 8$

③ $-3 < a - b < 11$

④ $-7 < a - b < 8$

⑤ $-1 < a - b < 11$

해설

$-4 < b < -1$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면 $1 < -b < 4$,
 $-3 < a < 7$ 과 $1 < -b < 4$ 를 변끼리 더하면 $-2 < a - b < 11$
이다.

16. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$

② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$

④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots \textcircled{㉡} \text{이라 하면}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$$5 < -b < 7 \cdots \textcircled{㉢} \text{이다.}$$

따라서 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉢}$ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

17. $-3 < x \leq 4$ 일 때, $5x + 20$ 을 만족하는 소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$-3 < x \leq 4, -15 < 5x \leq 20$$

$$\therefore 5 < 5x + 20 \leq 40$$

따라서 만족하는 소수는

7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 의 9개 이다.

18. x 에 관한 방정식 $4x + 2a = 6$ 의 해가 3보다 크지 않다고 할 때, a 의 범위를 구하면?

① $a \geq 0$

② $a \geq -1$

③ $a \geq -2$

④ $a \geq -3$

⑤ $a \geq -4$

해설

$4x + 2a = 6$ 을 x 에 관하여 정리하면 $x = \frac{3-a}{2}$ 이다.

$$\frac{3-a}{2} \leq 3$$

$$3-a \leq 6$$

$$-a \leq 6-3$$

$$-a \leq 3$$

$$\therefore a \geq -3$$

19. $-1 \leq -3a + 5 < 2$ 일 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 < a \leq 2$

해설

$$-1 - 5 \leq -3a + 5 - 5 < 2 - 5$$

$$-6 \leq -3a < -3$$

$$-\frac{6}{(-3)} \geq -\frac{3a}{(-3)} > -\frac{3}{(-3)}$$

$$\therefore 1 < a \leq 2$$

20. $2 < a < 7$, $-3 < b < 4$ 이고 $A = \frac{5}{a} - b$ 일 때, A 값의 범위 중 최솟값을 구하여라.
(단, A 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2 < a < 7$ 에서 $\frac{1}{7} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$ 이므로

각 변에 5를 곱하면 $\frac{5}{7} < \frac{5}{a} < \frac{5}{2}$

$-3 < b < 4$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면

$3 > -b > -4$ 이므로 $-4 < -b < 3$

두 식을 더하면

$-\frac{23}{7} < \frac{5}{a} - b < \frac{11}{2}$ 이므로 $-\frac{23}{7} < A < \frac{11}{2}$

즉, A 값의 범위 중 최소 정수의 값은 -3 이다.

21. $-1 \leq x \leq 3$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $-3b + 4a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

$-1 \leq x \leq 3$ 의 각 변에 3 을 곱하면 $-3 \leq 3x \leq 9$ 이고,
 $2 \leq y \leq 5$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2y \leq -4$ 이다.

두 부등식을 변끼리 더하면

$-13 \leq 3x - 2y \leq 5$ 이므로 최댓값 $a = 5$, 최솟값 $b = -13$ 이다.

$\therefore -3b + 4a = -3 \times (-13) + 4 \times 5 = 39 + 20 = 59$

22. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$-1 \leq x \leq 1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면 $-1 \leq -x \leq 1$

각 변에 3 을 더하면 $2 \leq 3-x \leq 4$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{ 를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{ 를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$

23. $-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 일 때, $6x - 5y$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 < 6x - 5y < -6$

해설

$$-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2} \text{ 에서}$$

$$-\frac{4}{3} < x < \frac{2}{3}, -8 < 6x < 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \text{ 에서}$$

$$2 < y \leq 5, -25 \leq -5y < -10 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{ 을 하면 } -33 < 6x - 5y < -6$$

24. $-1 \leq a < 4$ 이고 $A = -3a - 2$ 일 때, A 의 값의 범위를 구하면?

① $-14 \leq A < 1$

② $-14 < A \leq 1$

③ $-1 < A \leq 14$

④ $-5 \leq A < 10$

⑤ $-5 < A \leq 10$

해설

$a = -1$ 일 때, $A = 1$ 이고 $a = 4$ 일 때, $A = -14$ 이다.
따라서 $-14 < A \leq 1$ 이다.

25. $-2 \leq a \leq 2$, $-2 \leq b \leq 2$ 일 때, $\frac{1-2a}{3-b}$ 의 범위를 구하면 $p \leq \frac{1-2a}{3-b} \leq q$ 라 할때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

(1) 단계

$-2 \leq a \leq 2$ 에서

각 변에 -2 를 곱하면 $-4 \leq -2a \leq 4$

각 변에서 1 을 더하면 $-3 \leq 1 - 2a \leq 5$

(2) 단계

$-2 \leq b \leq 2$ 에서

각 변에 -1 을 곱하면 $-2 \leq -b \leq 2$

각 변에서 3 을 더하면 $1 \leq 3 - b \leq 5$

(3) 단계

$-3 \leq 1 - 2a \leq 5$ 와 $1 \leq 3 - b \leq 5$ 를 변끼리 나누면

$-3 \leq \frac{1-2a}{3-b} \leq 5$ 이므로 $p = -3, q = 5$

$\therefore p - q = -8$