1. 다음에서 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.\dot{2}\dot{3} > 0.\dot{3}$ ② $0.\dot{9} < 1$ ③ $0.\dot{7} = 0.7$

④ $0.5\dot{9} = 0.6$ ⑤ $0.\dot{4}\dot{6} > 0.\dot{6}$

해설

① $0.\dot{2}\dot{3} < 0.\dot{3}$
② $0.\dot{9} = 1$
③ $0.\dot{7} > 0.7$
④ $0.5\dot{9} = 0.6$
⑤ $0.\dot{4}\dot{6} < 0.\dot{6}$

2. 부등식 $\frac{1}{6} < 0.\dot{a} < \frac{1}{3}$을 만족하는 한 자리의 자연수 a의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\frac{1}{6} < \frac{a}{9} < \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{18} < \frac{2a}{18} < \frac{6}{18}$$

$$3 < 2a < 6$$

$$\frac{3}{2} < a < 3$$

$\therefore a = 2$

3. 순환소수 $1.5\dot{1}$에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9 ② 18 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

4. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$일 때, $\square$ 안에 들어갈 식을 고르면?

① $32x^4$　② $-2x^2$　③ $2x^2y^3$

④ $-2x^2y^4$　⑤ $2xy^3$

해설

$\square = 8x \div (-2x^4y)^2 \times (-x^3y^2)^3$
$= 8x \div (4x^8y^2) \times (-x^9y^6)$
$= -2x^2y^4$

5. 식 $(a^2-2a+4)+(3a^2+5a-1)$ 를 간단히 하면?

① a^2+5a-1　② a^2+3a+4　③ $3a^2+3a+3$

④ $4a^2+3a+3$　⑤ $4a^2-3a-1$

해설

$(a^2-2a+4)+(3a^2+5a-1)$

$=a^2-2a+4+3a^2+5a-1$

$=(a^2+3a^2)-(2a-5a)+4-1$

$=4a^2+3a+3$

6. 식 $(5a^2-7a+4)-(11a^2+2a-3)$을 간단히 하면?

① $-6a^2-5a+1$ ② $-6a^2-9a+7$ ③ $-6a^2+9a+1$

④ $16a^2-5a-7$ ⑤ $16a^2-7a+1$

해설

$(5a^2-7a+4)-(11a^2+2a-3)$

$=5a^2-7a+4-11a^2-2a+3$

$=-6a^2-9a+7$

7. $2x-[7x-\{6x-2y-(-3x+2y)-4x\}]-4y$ 를 간단히 하면?

① $-8y$ ② $4x-8y$ ③ 0

④ $-10x-8y$ ⑤ $4x$

해설

중괄호 안을 먼저 계산하면,

$6x-2y+3x-2y-4x=5x-4y$ 이므로

$2x-[7x-(5x-4y)]-4y$

$=2x-\{2x+4y\}-4y$

$=2x-2x-4y-4y$

$=-8y$

8. 어떤 식 A 에 $2x^2+3x-4$ 를 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 답이 $2x^2-7x+6$ 이 되었다. 바르게 계산한 답은?

① $5x^2-4x+2$　② $5x^2+4x-2$　③ $6x^2+x+4$

④ $6x^2-x-2$　⑤ $6x^2-x-4$

해설

$A-(2x^2+3x-4)=2x^2-7x+6$

$A=2x^2-7x+6+2x^2+3x-4=4x^2-4x+2$

바른 계산 : $4x^2-4x+2+2x^2+3x-4$

$=6x^2-x-2$

9. 다음 중 부등호를 사용하여 나타낸 식이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 는 $-3x-15$ 보다 크지 않다. $\Rightarrow$ $x \le -3x-15$

② $2x$ 와 -12 의 합은 음수이다. $\Rightarrow$ $2x-12<0$

③ x 와 8 의 곱은 5 이하이다. $\Rightarrow$ $8x \le 5$

④ $3x$ 와 $\frac{2}{3}$ 의 곱은 0 이거나 양수이다 $\Rightarrow$ $\left(3x \times \frac{2}{3}\right) > 0$

⑤ $-2x$ 와 $2y$ 의 합은 $-\frac{1}{2}$ 이상이다. $\Rightarrow$ $-2x+2y \ge -\frac{1}{2}$

해설

④ $\left(3x \times \frac{2}{3}\right) \ge 0$

10. x가 $3 \le x \le 6$인 정수일 때, 부등식 $3x - 4 \ge 8$의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

조건을 만족하는 x가 3, 4, 5, 6이므로 부등식에 대입해 보면 $x = 4, 5, 6$일 때 참이 된다.
따라서 부등식의 해는 3개이다.

11. $-2 \le x < 3$ 일 때, $A = 4 - 3x$ 의 값의 범위는?

① $-5 < A \le 10$ ② $-4 \le A < 7$ ③ $-2 < A \le 4$

④ $-9 < A \le 6$ ⑤ $-1 < A \le 11$

해설

$-2 \le x < 3$의 각 변에 -3을 곱하면 $-9 < -3x \le 6$, 각 변에 4를 더하면 $-5 < 4 - 3x \le 10$,

$A = 4 - 3x$이므로 $-5 < A \le 10$이다.$A = 4 - 3x$ 를 $x = \frac{4 - A}{3}$ 으로 변형한 후 $-2 \le x < 3$ 에 대입하면 $-2 \le \frac{4 - A}{3} < 3$ 이 된다.

$-2 \le \frac{4 - A}{3} < 3$ 의

각 변에 3 을 곱하면 $-6 \le 4 - A < 9$

각 변에 -4 를 더하면 $-10 \le -A < 5$

각 변에 -1 를 곱하면 $-5 < A \le 10$ 이 된다.

12. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

① 45 ② 50 ③ 60 ④ 75 ⑤ 100

해설

$a = 5^2$, $b = 10^3$, $c = \frac{3}{2^3 \times 5}$, $bc - a = 75 - 25 = 50$

13. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

㉠ $\frac{11}{120}$	㉡ $\frac{5}{2\times5^2}$	㉢ $\frac{21}{2\times3\times7^2}$
㉣ $\frac{3}{8}$	㉤ $-\frac{7}{2\times5\times7}$	

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $\frac{11}{120}=\frac{11}{2^3\times3\times5}$, ㉢ $\frac{21}{2\times3\times7^2}=\frac{1}{2\times7}$

이므로 유한소수가 아니다.

14. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\dot{5}\dot{4}$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$ ② $100x - x$ ③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$ ⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서 ④ $1000x - 10x$ 이다.

15. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 <u>모두</u> 고르면?

① 무한소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.

② 분모의 소인수가 2나 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ a, b가 정수일 때, 분수 $\frac{a}{b}$로 나타내어지는 수를 유리수라 한다.

④ 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

⑤ 유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

해설

③ 단, $b \neq 0$ 이라는 조건이 필요하다.
④ 순환소수는 모두 유리수이다.

16. $\frac{(a^3b^2)^3}{(ab^2)^m} = \frac{a^n}{b^4}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\frac{(a^3b^2)^3}{(ab^2)^m} = \frac{a^9b^6}{a^mb^{2m}}$ 이므로 $2m-6=4$

$\therefore m=5$

$9-m=n$ 이므로 $n=4$

$\therefore m+n=9$

17. $8^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 3 \cdot 4^2 - 2^7$ 을 간단히 하면?

① $-x$ ② x ③ $2x$ ④ $3x$ ⑤ $4x$

해설

$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = x$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2^4 + 3 \cdot (2^2)^2 - 2^7 \\ &= 2^4 + 3 \cdot 2^4 - 2^7 \\ &= (1+3)2^4 - 2^7 \\ &= 2^2 \cdot 2^4 - 2^7 \\ &= 2^6 - 2^7 \\ &= x - 2x \\ &= -x\end{aligned}$$

18. $N = 3^n$ 일 때, $M(N) = n$ 이라 정의한다. a 는 자연수일 때, $M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$N = 3^n$ 이므로 $M(3^n) = n$ 이다.

$M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$
$M(3^{2a+1-2a}) = M(3^a)$
$M(3) = M(3^a)$
$\therefore\ a = 1$

19. $a : b = 2 : 3$ 이고, $\left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) =$ □ 일 때, □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
\square &= \left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) \\
&= \left(\frac{ab - 1}{a}\right) \div \left(\frac{1 - ab}{b}\right) \\
&= \frac{ab - 1}{a} \times \frac{b}{1 - ab} \\
&= \frac{ab - 1}{a} \times \frac{b}{-(ab - 1)} \\
&= -\frac{b}{a}
\end{aligned}$$

$a : b = 2 : 3$ 에서 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ 이므로

$\square = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$

20. $27^3 = a$ 일 때, 81^{-2} 을 a 를 이용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{a}$

해설

$a = 3^9$

$81^{-2} = (3^4)^{-2} = 3^{-8} = \frac{1}{3^8} = \frac{3}{3^9} = \frac{3}{a}$

21. $A = x(2x+1)$, $B = (8x^3+2x^2-6x) \div (-2x)$, $C = (2x^4y^2)^3 \div (2x^5y^3)^2$ 이다. $A-[2B-\{A+(B+C)\}]$ 를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A = 2x^2 + x$, $B = -4x^2 - x + 3$, $C = 2x^2$

$A-[2B-\{A+(B+C)\}]$

$= 2A - B + C$

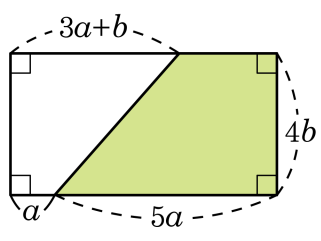
$= 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2$

$= 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2$

$= 10x^2 + 3x - 3$

$\therefore\ 10 + 3 + (-3) = 10$

22. 다음 그림은 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는?



① $S = 16ab - b^2$ ② $S = 16ab - 2b^2$

③ $S = 16ab - 3b^2$ ④ $S = 16ab - 4b^2$

⑤ $S = 16ab - 5b^2$

해설

색칠한 사다리꼴의 윗변의 길이는
$a + 5a - (3a + b) = 3a - b$ 이다.

$\therefore S = \frac{1}{2}\{(3a - b) + 5a\} \times 4b$

$= 16ab - 2b^2$

23. $a=-\frac{1}{3},\ b=\frac{3}{7}$ 일 때, $\frac{8ab^2-6a^2b}{2a^2b^2}$ 의 값은?

① -11 ② -13 ③ -15 ④ -17 ⑤ -19

해설

$$\frac{8ab^2-6a^2b}{2a^2b^2}=\frac{4}{a}-\frac{3}{b}=4\div\left(-\frac{1}{3}\right)-3\div\frac{3}{7}=-19$$

24. $8x-2y+2=4x-y-3$ 일 때, $2x-3y+1$을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $-10x+16$ ② $-10x-14$ ③ $12x+16$

④ $10x-14$ ⑤ $10x-16$

해설

$8x-2y+2=4x-y-3$,

$y=8x-4x+2+3=4x+5$

$\therefore 2x-3y+1=2x-3(4x+5)+1$

$=2x-12x-15+1$

$=-10x-14$

25. 유리수 $\frac{a}{70}$ 를 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 자연수 a 의 갯수를 A 라 하고, $\frac{18}{3\times5\times b}$ 을 무한소수가 되도록 하는 자연수 b 의 개수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하여라. (단, $1 \le a \le 100$, $1 \le b \le 10$)

▶ 답:

▷ 정답: $A-B=11$

해설

$\frac{a}{70}=\frac{a}{2\times5\times7}$ 가 유한소수이기 위해서는

a 는 70을 제외한 7의 배수이므로 $A=13$

$\frac{18}{3\times5\times b}=\frac{2\times3}{5\times b}$ 가 무한소수이므로 $b=7,\ 9$ 이다. $B=2$

$\therefore A-B=11$

26. $\frac{a}{210}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 되는 가장 작은 자연수를 a 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 19 ② 31 ③ 60 ④ 65 ⑤ 130

해설

$$\frac{a}{210}=\frac{a}{2\times3\times5\times7}=\frac{1}{b}$$

$a=21,\ b=10 \quad \therefore\ a+b=31$

27. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$

$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z}$ 에서 x 가 한 자리의 자연수이므로

$\frac{(27+x)\times 3}{9\times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}$, $81+3x = 99$

$\therefore x = 6$

$10y+z = 27$

$\therefore y = 2, z = 7$

$x+y+z = 6+2+7 = 15$

28. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이다.

$103 = 6 \times 17 + 1$ 이므로 $x_{103} = 8$

29. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b는 한 자리의 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{31}{33}$

해설

$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$

$\therefore\ 10a+b=39\ \cdots$ ①

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a=3$, $b=9$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{9}\dot{3} = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$

30. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a+b+10b+a}{99} = \frac{11a+11b}{99} = \frac{a+b}{9}$$

$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$\therefore\ a+b=3$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$a=1,\ b=2$

$\therefore a-b=-1$

31. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$

32. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{4x} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$
$x = 4,\ y = 16$
$\therefore\ x+y = 20$

33. $\left(\dfrac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\dfrac{2y}{x^2}\right)^2 = \dfrac{4y^b}{x}$ 에서 자연수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \left(\frac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\frac{2y}{x^2}\right)^2 \\ &= \frac{x^6}{y^2} \times \frac{1}{x^{3a} y^{-6}} \times \frac{4y^2}{x^4} \\ &= \frac{4x^6 y^2}{x^{3a+4} y^{-4}} = 4 \times x^{6-3a-4} \times y^{2-(-4)} \\ &= 4 \times x^{2-3a} \times y^6\end{aligned}$$

$(\text{우변}) = \dfrac{4y^b}{x} = 4 \times x^{-1} \times y^b$

따라서 $a = 1,\ b = 6$ 이다.