

1. 다음 등식을 만족하는 상수 m, n 의 값은?

$$x^2 + 6x + m = (x + n)^2$$

① $m = 9, n = 3$

② $m = 9, n = -3$

③ $m = 9, n = 6$

④ $m = 3, n = 3$

⑤ $m = 3, n = -3$

해설

$x^2 + 6x$ 가 완전제곱식이 되려면 $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 $m = 9, n = 3$ 이다.

2. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{15}{8}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

3. $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ 를 간단히 하면?

① a

② $2a$

③ 4

④ $a + 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2}$$

$-2 < a < 2$ 일 때, $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} &= a+2 - \{-(a-2)\} \\ &= a+2 + (a-2) = 2a\end{aligned}$$

4. $\sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다.
이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은?

① $a < -2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $-2 < a < 0$

⑤ $-2 < a < 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} \\ &= |a+2| - |a-2| = 2a \end{aligned}$$

이 식이 성립하려면 $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore -2 < a < 2$$

5. $x > \frac{2}{3}$ 이고, $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} = x + 1$ 일 때, 만족하는 x 의 값의 개수를 구하여라.

$$\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, 2, \frac{5}{2}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{9x^2 - 12x + 4} \\ &= \sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} \\ &= |2x-3| + 3x-2 \\ &= x+1 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$|2x-3| = (x+1) - (3x-2) = -2x+3 \text{ 이다.}$$

$$\text{즉, } x \leq \frac{3}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 만족하는 x 의 값은 $\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$ 의 3개이다.

6. $0 < x < 7$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ 를 간단히 하면?

① $-2x + 3$

② $2x + 1$

③ $-2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $-3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \\ &= \sqrt{(x - 8)^2} - \sqrt{(x + 5)^2} \\ &= |x - 8| - |x + 5| \\ &= -x + 8 - x - 5 = -2x + 3 \end{aligned}$$

7. $-3 < x < -2$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2}$ 을 구하면?

① $-2x - 1$

② $2x + 7$

③ -1

④ $4x + 7$

⑤ $4x - 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+3)^2} - 2\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} \\ &= |x+3| - 2|x+2| + |x| \\ &= x+3 + 2x+4 - x \\ &= 2x+7 \end{aligned}$$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ 을 간단히 하면?

① $-2a - 1$

② $3b - 1$

③ $3b + 1$

④ $-2a + 3b - 1$

⑤ $2a + 3b + 1$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} - \sqrt{a^2 - 2a + 1} \\ &= \sqrt{(a - 3b)^2} - \sqrt{(a - 1)^2} \\ &= |a - 3b| - |a - 1| \\ &= -a + 3b + a - 1 = 3b - 1 \end{aligned}$$

9. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

10. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

① $2(2 - \sqrt{3})$

② $2(1 + \sqrt{3})$

③ $2(2 + \sqrt{3})$

④ $4 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

11. $a = 1 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$\frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}} \text{를 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 + \sqrt{3}$

해설

$\left(a - \frac{2}{a}\right) > 0$ 이고 $\left(a + \frac{2}{a}\right) < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a + \frac{2}{a}\right)^2} = -a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = -\frac{4}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}} \\ = \frac{4}{-\frac{4}{a}} = -a = -1 + \sqrt{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

① $-xy$

② $2x - xy$

③ $2x + xy$

④ $2y - xy$

⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

13. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{ -\left(x - \frac{1}{x}\right) \right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

14. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x + 4a} + \sqrt{x - 4a + 8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2}$$

$$= |a + 1| + |a - 3|$$

$$= a + 1 - a + 3 = 4$$

15. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$\sqrt{x} = a - 2$ 의 양변을 제곱하면 $x = a^2 - 4a + 4$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$