

1. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

① 2, 6

② 3, 7

③ 4, 10

④ 8, 12

⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80

② 82

③ 95

④ 105

⑤ 120

해설

$$15 = 3 \times 5, 21 = 3 \times 7$$

$$\text{최소공배수} : 3 \times 5 \times 7 = 105$$

4. 다음 중 6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는?

① 2의 배수

② 4의 배수

③ 12의 배수

④ 24의 배수

⑤ 48의 배수

해설

6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는 6과 8의 공배수이고 6과 8의 최소공배수는 24이다.

5. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

6. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$

㉢ $4 \times 4 = 2^4$

㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

① 0 개

② 1 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$

㉢ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

7. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a , b , c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$\vdots$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

8. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

3

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

9. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$350 = 2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 1 + 2 + 1 = 4$$

10. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

11. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$

따라서 $x = 2$ 이다.

12. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

13. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 기호로 써라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98 의 약수의 개수 구하기

풀이) ㉠ 먼저 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

㉡ 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

㉢ 따라서 98 의 약수의 개수는

$(0 + 1) \times (2 + 1) = 3$ (개) 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1, 2 이므로 98 의 약수의 개수는

$(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이다.

14. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

15. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108

126

① 2×3

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×3^2

⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)54} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)27} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)9} \\ \hline \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)63} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)21} \\ \hline \end{array}$$

7

$$108 = 2^2 \times 3^3 \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

16. 세 자연수 A , 63, 105 의 최대공약수가 21 일 때, 다음 중 A 가 될 수 있는 것은?

① 20

② 24

③ 44

④ 64

⑤ 84

해설

세 자연수 A , 63, 105 의 최대공약수가 21 이므로 A 는 약수로 21 을 가진다.

21 을 약수로 갖는 수는 $84 = 21 \times 4$ 이다.

17. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7 ,$$

$$7^2 = 49 ,$$

$$7^3 = 343 ,$$

$$7^4 = 2401 ,$$

$$7^5 = 16807 ,$$

$$7^6 = 117649 ,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

18. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

19. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

20. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21

㉡ 46

㉢ 9

㉣ 23

㉤ 25

㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.

2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169이다.