1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8　② -1　③ 0　④ 5　⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$
④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
$\mathrm{D} = (1 - \mathrm{k})^2 - 4 > 0$
$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

3. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 6, b일 때, $a + b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
x축과의 교점의 x좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2 \therefore\ a + b = 14$

4. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$　② $-1 < k < 8$　③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$　⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

5. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$
$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$
$\therefore\ m < 1,\ m > 5$

6. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$의 그래프가 x축에 접할 때, $a^2 + b^2$의 값은? (단, a, b는 실수)

① 2　　② 5　　③ 8　　④ 10　　⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$에서

$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, a, b가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$이므로

$a^2 + b^2 = 5$

7. 함수 $y=-x^2+kx$의 그래프가 직선 $y=-x+4$에 접할 때, 양수 k의 값은?

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

해설

$y=-x^2+kx$가 $y=-x+4$에 접하려면
$4-x=-x^2+kx \Rightarrow x^2-(k+1)x+4=0$의 판별식은 $D=0$
이어야 한다.
$D=(k+1)^2-16=0 \Rightarrow k+1=\pm 4$
$\therefore k=3\ (\because k>0)$

8. 포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$과 x축과의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, 모든 k의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 의 두 근이므로 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = 2k,\ \alpha\beta = 2k + 3$

$|\alpha - \beta| = 2\sqrt{5}$에서 $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$이므로

$20 = (2k)^2 - 4(2k + 3),\ 4k^2 - 8k - 12 = 20$

$k^2 - 2k - 8 = 0$

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k의 값의 합은 2이다.

9. 두 포물선 $y = x^2 - 2ax + 4,\ y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$ 중 하나만이 x 축과 만날 때, 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a \le -5$ 또는 $-3 \le a < -1$ 또는 $a > 0$

② $a \le -4$ 또는 $-1 \le a < 1$ 또는 $a > 2$

③ $a \le -2$ 또는 $1 \le a < 2$ 또는 $a > 3$

④ $a \le 0$ 또는 $2 \le a < 3$ 또는 $a > 5$

⑤ $a \le 1$ 또는 $3 \le a < 4$ 또는 $a > 9$

해설

이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0,\ x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4 = 0$ 의 판별식을 각각 $D_1,\ D_2$라 하자. $y = x^2 - 2ax + 4$의 그래프가 x축과 만날 조건은 $\frac{D_1}{4} = a^2 - 4 \ge 0$

$\therefore a \le -2$ 또는 $a \ge 2$ ····· ㉠

$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$의 그래프가 x축과 만날 조건은

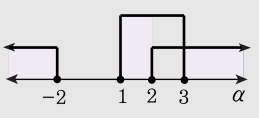
$\frac{D_2}{4} = (a-1)^2 - 2a^2 + 6a - 4 \ge 0$

$-a^2 + 4a - 3 \ge 0,\ a^2 - 4a + 3 \le 0$

$(a-1)(a-3) \le 0$

$\therefore 1 \le a \le 3$ ····· ㉡

두 개의 포물선 중 하나만이 x축과 만나려면 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내어 ㉠, ㉡중 하나만을 만족하는 a의 값의 범위를 구하면 된다.



따라서, 구하는 a의 값의 범위는 $a \le -2$ 또는 $1 \le a < 2$ 또는 $a > 3$

10. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면?

$$y+(x+y)x+(a-1)x-b^2=0$$

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y=0$ 일 때, 얻어지는 방정식
$x^2+(a-1)x-b^2=0$ 의 중근이다.
$\therefore\ D=(a-1)^2+4b^2=0$
a, b 는 실수이므로 $a=1$, $b=0$
$\therefore\ a+b=1$

11. 포물선 $y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과 서로 만나지 않을 때의 k 의 범위를 구하면?

① $k < \frac{1}{2}$　② $k < -\frac{1}{2}$　③ $k > \frac{1}{4}$
④ $k < \frac{1}{4}$　⑤ $k > -\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과
만나지 않으려면 판별식D 가
$D < 0$ 이어야 하므로
$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$
$\therefore\ k > \frac{1}{4}$

12. 이차함수 $y = x^2 - ax + 3$의 그래프가 직선 $y = 0$과 두 점에서 만나기 위한 자연수 a의 최솟값을 구하여라.

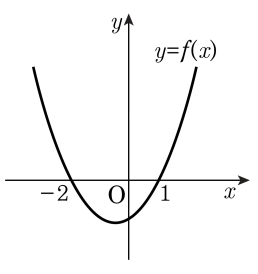
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 3$의 그래프가 x축 $(y = 0)$과 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.
즉 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식을 D라 하면
$D = a^2 - 12 > 0$에서
$a < -2\sqrt{3}$ 또는 $a > 2\sqrt{3}$
따라서 자연수 a의 최솟값은 4이다.

13. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근의 합이 5 가 되도록 하는 상수 a 의 값은?



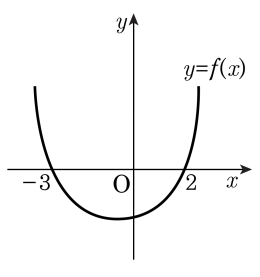
① -3　　② -2　　③ -1

④ 0　　⑤ 1

해설

$y = f(x+a)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼 평행이동한 것이다.
$y = f(x)$ 이 그래프가
x 축과 만나는 점의 좌표가 $-2, 1$ 이므로
$y = f(x+a)$ 의 그래프가
x 축과 만나는 점의 좌표는 $-2-a, 1-a$
따라서, 방정식 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근이
$-2-a,\ 1-a$ 이고
그 합이 5 이므로 $-2-a+1-a = 5$
$\therefore a = -3$

14. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1 개　② 2 개　③ 3 개
④ 4 개　⑤ 5 개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3) = 0,\ f(2) = 0$ 이므로
방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 근은
(i) $x^2 - 1 = -3$ 일 때, $x^2 = -2 \quad \therefore\ x = \pm\sqrt{2}i$
(ii) $x^2 - 1 = 2$ 일 때, $x^2 = 3 \quad \therefore x = \pm\sqrt{3}$
(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개 이다.

15. 두 곡선 $y = x^2$과 $y = -x^2 + 2x - 5$에 동시에 접하는 접선은 두 개가 있다. 이 두 접선의 y절편의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2$ 위의 접점을 $(t,\ t^2)$으로 놓으면
$y' = 2x$이므로 $y'_{x=t} = 2t$는 접선의 기울기이다.
따라서 접선의 방정식은
$y - t^2 = 2t(x - t) \cdots$ ㉠
㉠이 곡선 $y = -x^2 + 2x - 5$에도 접하므로
$2tx - t^2 = -x^2 + 2x - 5$ 에서
$x^2 + 2(t-1)x + (5 - t^2) = 0 \cdots$ ㉡
㉡의 판별식 $\frac{D}{4} = 0$이므로
$(t-1)^2 - (5 - t^2) = 0$에서
$(t+1)(t-2) = 0 \quad \therefore\ t = -1,\ 2$
㉠에서
$t = -1$일 때, $y = -2x - 1$
$t = 2$일 때, $y = 4x - 4$
따라서 두 y절편의 곱은 $(-1)\cdot(-4) = 4$

16. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$의 그래프와 직선 $y = x + 1$이 한 점에서 만나도록 하는 a의 값의 합을 구하여라.

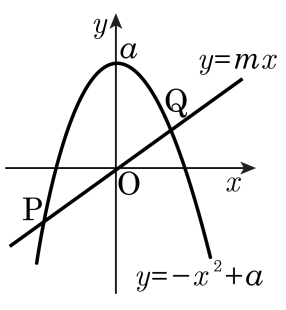
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 + ax + a \cdots$ ㉠
$y = x + 1 \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 y를 소거하여 정리하면
$x^2 + ax + a = x + 1$
$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a - 1 = 0$
㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D라 하면
$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$
$\therefore\ (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$
$\therefore\ (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1$ 또는 5
따라서 구하는 a의 값은 6

17. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$의 그래프와 직선 $y = mx$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x좌표가 $\sqrt{5} - 1$일 때, $a + m$의 값을 구하여라. (단, a , m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q 의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.
점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$이므로
방정식 $x^2 + mx - a = 0$의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.
그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-m = \left(\sqrt{5} - 1\right) + \left(-\sqrt{5} - 1\right) = -2$
$-a = \left(\sqrt{5} - 1\right)\left(-\sqrt{5} - 1\right) = -4$
$\therefore a = 4,\ m = 2 \qquad \therefore a + m = 6$

18. 이차함수$y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표가 각각 $0, -3$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와
직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표 $0, -3$ 은
이차방정식 $ax^2 - (b+5)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$(\text{두근의합}) = 0 + (-3) = \dfrac{b+5}{a}$

$\therefore\ 3a + b = -5 \cdots$ ㉠

$(\text{두 근의 곱}) = 0 \cdot (-3) = \dfrac{-a-2}{a}$

$\therefore a = -2$

㉠에서 $b = 1$ 이므로 $a + b = -1$

19. 두 개의 곡선 $y = ax^2 + bx + 8$, $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y = -x + 6$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 값을 구하면?

① $a = -1,\ b = -1$
② $a = -1,\ b = 0$
③ $a = 1,\ b = 0$
④ $a = 1,\ b = -1$
⑤ $a = 0,\ b = 1$

해설

$y = ax^2 + bx + 8 \quad \cdots ①$
$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \cdots ②$
$y = -x + 6 \quad \cdots ③$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로
②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.
②, ③을 연립하여 풀면
교점은 $(2,\ 4),\ (-1,\ 7)$ 이고,
이 두 점을 곡선 ①이 지나므로
$4a + 2b + 8 = 4,\ a - b + 8 = 7$
$\therefore\ a = -1,\ b = 0$

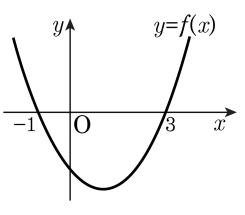
20. 두 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 와 $y = x^2 - bx + a$ 의 그래프의 교점이 x 축 위에 있도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

교점의 x 좌표를 p 라 하면
$p^2 - ap + b = p^2 - bp + a$
$(a - b)p + a - b = 0$
$(a - b)(p + 1) = 0$
$a \neq b$ 이므로 $p = -1$
그런데 교점이 x 축 위에 있으므로
교점의 y 좌표는 0 이다.
$\therefore 1 + a + b = 0$
$\therefore a + b = -1$

21. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1) = 0$의 두 근의 합은?



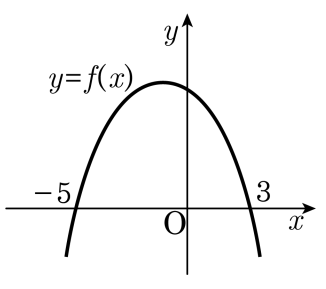
① -1　　② 0　　③ 1

④ 2　　⑤ 3

해설

$y = f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 -1, 3이므로
$f(x) = a(x+1)(x-3)\ (a > 0)$으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x-1) = a(2x-1+1)(2x-1-3) = 4ax(x-2)$이므로
$f(2x-1) = 0$에서
$4ax(x-2) = 0$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
따라서 두 근의 합은 2이다.

22. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ $(a < 0)$ 으로 놓으면

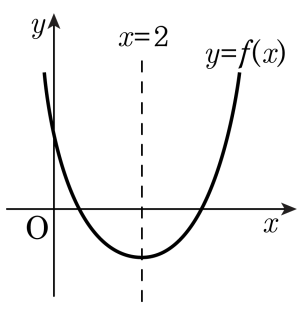
$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)$$
$$= \frac{a}{4}(x+6)(x-10)$$ 이므로

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

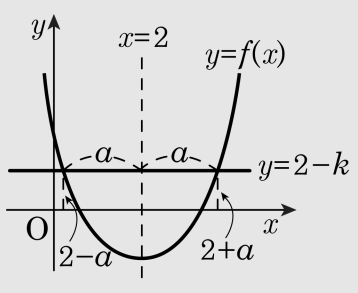
23. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$의 그래프는 x축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$에서 $f(x) = t$로 놓으면
$f(t) = 0$을 만족시키는 두 실근은
$t = 2 - k$ 또는 $f = 2 + k$
$(0 < k < 2)$로 놓을 수 있다.
$\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$



(i) $f(x) = 2 - k$를 만족시키는 x의 값은
$y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = 2 - k$의 교점의 x좌표이므로
$x = 2 - \alpha$ 또는 $x = 2 + \alpha$
(ii) $f(x) = 2 + k$를 만족시키는 x의 값도
마찬가지로 생각하면 $x = 2 - \beta$ 또는 $x = 2 + \beta$
따라서 $f(f(x)) = 0$을 만족시키는 모든 실근의 합은
$(2 - \alpha) + (2 + \alpha) + (2 - \beta) + (2 + \beta) = 8$

24. 이차함수 $y=-x^2-6x-3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 m 의 최솟값은?

① 2　　② 1　　③ 0　　④ -1　　⑤ -2

해설

$y=-x^2-6x-3$ 의 그래프를
x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로
$2m$만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y-2m=-(x-m)^2-6(x-m)-3$
즉, $y=-x^2+2(m-3)x-m^2+8m-3$ 이
그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
$\frac{D}{4}=(m-3)^2-m^2+8m-3>0$
$2m+6>0$
$\therefore\ m>-3$
따라서 정수 m 의 최솟값은 -2 이다.

25. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ 의 그래프와 $g(x) = 3x - 4$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) 에서 만난다고 한다. 이 때 $y_1 + y_2 + y_3$ 의 값은?

① -6　　② -5　　③ -4　　④ -3　　⑤ -2

해설

x_1, x_2, x_3 는 방정식 $x^3 - 2x^2 + ax + b = 3x - 4$
즉 $x^3 - 2x^2 + (a-3)x + b + 4 = 0$ 의 세 근 $x_1 + x_2 + x_3 = 2$
이 때, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 는
직선 $y = 3x - 4$ 위의 점이므로
$y_1 = 3x_1 - 4, y_2 = 3x_2 - 4, y_3 = 3x_3 - 4$

$$\begin{aligned} \therefore y_1 + y_2 + y_3 &= 3(x_1 + x_2 + x_3) - 12 \\ &= 3 \cdot 2 - 12 \\ &= -6 \end{aligned}$$

26. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 -3 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는? (단, k 는 상수)

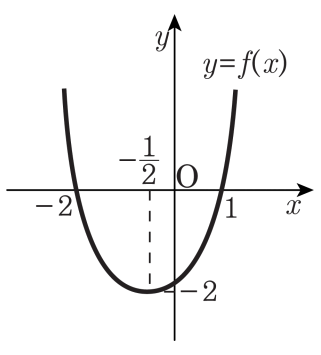
① 5　　② $5\sqrt{2}$　　③ 7　　④ $7\sqrt{2}$　　⑤ $7\sqrt{5}$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
P, Q 의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots$ ㉠의 두 실근과 같다.
점 P 의 x좌표가 -3이므로
㉠에 $x = -3$을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
$\therefore\ k = 5$
$k = 5$ 를 ㉠에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
$(x + 3)(x - 2) = 0$
$\therefore\ x = -3$ 또는 $x = 2$
따라서 점 Q 의 x 좌표는 2 이다.
두 점 P, Q가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
$P(-3,\ 2),\ Q(2, 7)$

$$\therefore\ \overline{PQ} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}$$

27. 다음 그림은 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 세 실근의 합은?



① $-\frac{5}{2}$　② $-\frac{3}{2}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ 0　⑤ 1

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1 이므로
$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = -2$ 또는 $f(x) = 1$

i) $f(x) = -2$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$

ii) $f(x) = 1$ 에서 $x = -\frac{1}{2} + \alpha$, $x = -\frac{1}{2} - \alpha$

따라서 모든 근의 합은

$$-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(-\frac{1}{2} - \alpha\right) = -\frac{3}{2}$$

28. x에 대한 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$의 그래프가 실수 k의 값에 관계없이 직선 $y = 2ax - a^2$에 접할 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$ 의 그래프가 직선 $y = 2ax - a^2$ 에 접하므로

이차방정식 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k = 2ax - a^2$

즉, $x^2 - 2(k+a)x + k^2 + a^2 - 4k = 0$ 의 판별식을 D라고 하면

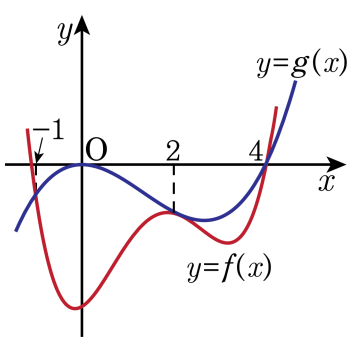
$\frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + a^2 - 4k) = 2ak + 4k = (2a+4)k$ 이고

k 의 값에 관계없이 $D = 0$ 이어야 하므로

$2a + 4 = 0$

$\therefore a = -2$

29. 사차방정식 $\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ 과 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^2(x-4)=0$ 을 좌표평면에 함수 $f(x)$, $g(x)$ 로 각각 나타내었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

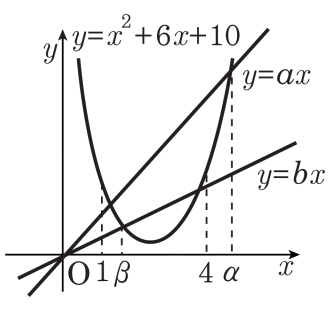


① -4　② $-\frac{10}{3}$　③ -3　④ $-\frac{7}{3}$　⑤ -2

해설

$f(x)=g(x)$ 에서 $f(x)-g(x)=0$
$F(x)=f(x)-g(x)$ 라 하면
$F(x)=0$은 $x=-1,\ 2$(중근),
4를 근으로 가진다.
$\therefore\ F(x)=k(x+1)(x-2)^2(x-4)$
$f(x)$ 의 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 이므로 $k=\frac{1}{3}$
$f(x)=F(x)+g(x)$ 이므로
$\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d$
$=\frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2(x-4)+\frac{1}{3}x^2(x-4)$
양변에 $x=1$ 을 대입하면
$\frac{1}{3}+a+b+c+d=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 1\cdot(-3)+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot(-3)$
$\therefore\ a+b+c+d=-\frac{10}{3}$

30. 다음 그림과 같이 $y = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프가 직선 $y = ax$ 와 만나는 두 교점이 x 좌표가 각각 1, α 이고 직선 $y = bx$ 와 만나는 두 교점의 x 좌표가 각각 β, 4 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

방정식 $x^2 - 6x + 10 = ax$

즉, $x^2 - (a+6)x + 10 = 0$ 의 두 근이 1, α 이므로

$1 + \alpha = a + 6$

$1 \cdot \alpha = 10$

$\therefore\ \alpha = 10,\ a = 5$

방정식 $x^2 - 6x + 10 = bx$

즉, $x^2 - (b+6)x + 10 = 0$ 의 두 근이 β, 4 이므로

$\beta + 4 = b + 6$

$4 \cdot \beta = 10$

$\therefore\ \beta = \frac{5}{2},\ b = \frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{a}{b} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{\frac{1}{2}} + \frac{10}{\frac{5}{2}} = 10 + 4 = 14$