**1.** 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 $x$축과 만나도록 하는 상수 $k$ 의 값이 아닌 것은?

① $-8$　　② $-1$　　③ $0$　　④ $5$　　⑤ $8$

**해설**

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 $k$의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

**2.** 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 $k$ 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$

④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 에서

$\mathrm{D} = (1-\mathrm{k})^2 - 4 > 0$

$k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) > 0$

$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

**3.** 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표가 6, $b$ 일 때, $a + b$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
$x$축과의 교점의 $x$좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x-2)(x-6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2$ $\therefore\ a + b = 14$

**4.** 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 만나지 않을 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$　② $-1 < k < 8$　③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$　⑤ $1 < k < 10$

**해설**

주어진 이차함수의 그래프가
$x$ 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

**5.** 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 $m$ 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$　② $m < 1, m > 5$　③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$　⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 $y$ 를 소거하면

$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$

$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$

$\therefore\ m < 1,\ m > 5$

**6.** 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 $x$축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a, b$는 실수)

① 2　　② 5　　③ 8　　④ 10　　⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, $a, b$가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$a^2 + b^2 = 5$

**7.** 함수 $y=-x^2+kx$의 그래프가 직선 $y=-x+4$에 접할 때, 양수 $k$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y=-x^2+kx$가 $y=-x+4$에 접하려면

$4-x=-x^2+kx \;\;\Rightarrow\;\; x^2-(k+1)x+4=0$의 판별식은 $D=0$

이어야 한다.

$D=(k+1)^2-16=0 \;\;\Rightarrow\;\; k+1=\pm 4$

$\therefore k=3\ (\because k>0)$

**8.** 포물선 $y=x^2-2kx+2k+3$과 $x$축과의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, 모든 $k$의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선 $y=x^2-2kx+2k+3$ 과 $x$ 축과의 교점의 $x$ 좌표는 이차방정식 $x^2-2kx+2k+3=0$ 의 두 근이므로 두 근을 $\alpha$, $\beta$ 라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2k,\ \alpha\beta=2k+3$

$|\alpha-\beta|=2\sqrt{5}$에서 $|\alpha-\beta|^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$20=(2k)^2-4(2k+3)$, $4k^2-8k-12=20$

$k^2-2k-8=0$

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든 $k$의 값의 합은 2이다.

**9.** 두 포물선 $y = x^2 - 2ax + 4$, $y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$ 중 하나만이 $x$ 축과 만날 때, 상수 $a$의 값의 범위를 구하면?

① $a \le -5$ 또는 $-3 \le a < -1$ 또는 $a > 0$

② $a \le -4$ 또는 $-1 \le a < 1$ 또는 $a > 2$

③ $a \le -2$ 또는 $1 \le a < 2$ 또는 $a > 3$

④ $a \le 0$ 또는 $2 \le a < 3$ 또는 $a > 5$

⑤ $a \le 1$ 또는 $3 \le a < 4$ 또는 $a > 9$

**해설**

이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$, $x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4 = 0$의 판별식을 각각 $D_1$, $D_2$라 하자. $y = x^2 - 2ax + 4$의 그래프가 $x$축과 만날 조건은 $\frac{D_1}{4} = a^2 - 4 \ge 0$

$\therefore a \le -2$ 또는 $a \ge 2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$의 그래프가 $x$축과 만날 조건은

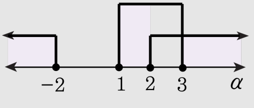
$\frac{D_2}{4} = (a-1)^2 - 2a^2 + 6a - 4 \ge 0$

$-a^2 + 4a - 3 \ge 0$, $a^2 - 4a + 3 \le 0$

$(a-1)(a-3) \le 0$

$\therefore 1 \le a \le 3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

두 개의 포물선 중 하나만이 $x$축과 만나려면 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내어 ㉠, ㉡중 하나만을 만족하는 $a$의 값의 범위를 구하면 된다.




따라서, 구하는 $a$의 값의 범위는 $a \le -2$ 또는 $1 \le a < 2$ 또는 $a > 3$

**10.** 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 $x$ 축에 접하도록 실수 $a$, $b$ 의 값에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면?

$$y+(x+y)x+(a-1)x-b^2=0$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

접점의 $x$ 좌표는 $y=0$ 일 때, 얻어지는 방정식

$x^2+(a-1)x-b^2=0$ 의 중근이다.

$\therefore\ D=(a-1)^2+4b^2=0$

$a$, $b$ 는 실수이므로 $a=1$ , $b=0$

$\therefore\ a+b=1$

**11.** 포물선 $y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 $x$ 축과 서로 만나지 않을 때의 $k$ 의 범위를 구하면?

① $k < \frac{1}{2}$ ② $k < -\frac{1}{2}$ ③ $k > \frac{1}{4}$

④ $k < \frac{1}{4}$ ⑤ $k > -\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 $x$ 축과
만나지 않으려면 판별식$D$ 가
$D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$$

$$\therefore\ k > \frac{1}{4}$$

**12.** 이차함수 $y = x^2 - ax + 3$의 그래프가 직선 $y = 0$과 두 점에서 만나기 위한 자연수 $a$의 최솟값을 구하여라.

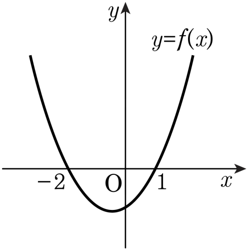
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 3$의 그래프가 $x$축 $(y = 0)$과 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.
즉 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식을 $D$라 하면
$D = a^2 - 12 > 0$에서
$a < -2\sqrt{3}$ 또는 $a > 2\sqrt{3}$
따라서 자연수 $a$의 최솟값은 4이다.

**13.** 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근의 합이 5 가 되도록 하는 상수 $a$ 의 값은?




① −3　　② −2　　③ −1

④ 0　　⑤ 1

**해설**

$y = f(x+a)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-a$ 만큼 평행이동한 것이다.

$y = f(x)$ 이 그래프가

$x$ 축과 만나는 점의 좌표가 $-2, 1$ 이므로

$y = f(x+a)$ 의 그래프가

$x$ 축과 만나는 점의 좌표는 $-2-a, 1-a$

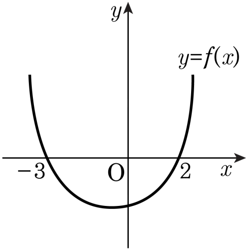
따라서, 방정식 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근이

$-2-a,\ 1-a$ 이고

그 합이 5 이므로 $-2-a+1-a=5$

$\therefore a = -3$

**14.** 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?




① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3)=0,\ f(2)=0$ 이므로
방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 근은
(ⅰ) $x^2-1=-3$ 일 때, $x^2=-2 \quad \therefore\ x=\pm\sqrt{2}i$
(ⅱ) $x^2-1=2$ 일 때, $x^2=3 \quad \therefore\ x=\pm\sqrt{3}$
(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2개이다.

**15.** 두 곡선 $y = x^2$과 $y = -x^2 + 2x - 5$에 동시에 접하는 접선은 두 개가 있다. 이 두 접선의 $y$절편의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2$ 위의 접점을 $(t,\ t^2)$으로 놓으면
$y' = 2x$이므로 $y'_{x=t} = 2t$는 접선의 기울기이다.
따라서 접선의 방정식은
$y - t^2 = 2t(x - t) \cdots$ ㉠
㉠이 곡선 $y = -x^2 + 2x - 5$에도 접하므로
$2tx - t^2 = -x^2 + 2x - 5$ 에서
$x^2 + 2(t-1)x + (5 - t^2) = 0 \cdots$ ㉡
㉡의 판별식 $\dfrac{D}{4} = 0$이므로
$(t-1)^2 - (5 - t^2) = 0$에서
$(t+1)(t-2) = 0 \quad \therefore\ t = -1,\ 2$
㉠에서
$t = -1$일 때, $y = -2x - 1$
$t = 2$일 때, $y = 4x - 4$
따라서 두 $y$절편의 곱은 $(-1) \cdot (-4) = 4$

**16.** 이차함수 $y = x^2 + ax + a$의 그래프와 직선 $y = x + 1$이 한 점에서 만나도록 하는 $a$의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

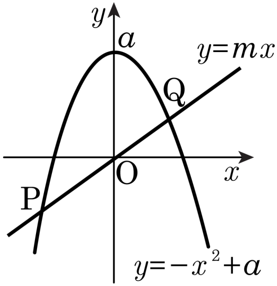
▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 + ax + a \cdots$ ㉠
$y = x + 1 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $y$를 소거하여 정리하면
$x^2 + ax + a = x + 1$
$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a - 1 = 0$
㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 $D$라 하면
$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$
$\therefore\ (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$
$\therefore\ (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1$ 또는 $5$
따라서 구하는 $a$의 값은 6

**17.** 다음 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+a$의 그래프와 직선 $y=mx$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 $x$좌표가 $\sqrt{5}-1$일 때, $a+m$의 값을 구하여라. (단, $a$ , $m$ 은 유리수)




▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

**해설**

$y=-x^2+a$ 와 $y=mx$ 가 만나는 두 점 P, Q 의 $x$ 좌표는 방정식이 $-x^2+a=mx$ 의 근이다.
점 Q의 $x$ 좌표가 $\sqrt{5}-1$이므로
방정식 $x^2+mx-a=0$의 한 근이 $\sqrt{5}-1$ 이다.
그런데 $a$ 와 $m$ 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}-1$ 이다.
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-m=\left(\sqrt{5}-1\right)+\left(-\sqrt{5}-1\right)=-2$
$-a=\left(\sqrt{5}-1\right)\left(-\sqrt{5}-1\right)=-4$
$\therefore a=4,\ m=2 \qquad \therefore a+m=6$

**18.** 이차함수$y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = bx + a$ 의 교점의 $x$ 좌표가 각각 $0, -3$ 일 때, 상수 $a, b$ 의 합 $a + b$ 의 값은?

① $-3$　② $-2$　③ $-1$　④ $0$　⑤ $1$

해설

이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와
직선 $y = bx + a$ 의 교점의 $x$ 좌표 $0, -3$ 은
이차방정식 $ax^2 - (b+5)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\text{두근의합}) = 0 + (-3) = \frac{b+5}{a}$$

$\therefore\ 3a + b = -5 \cdots$ ㉠

$$(\text{두 근의 곱}) = 0 \cdot (-3) = \frac{-a-2}{a}$$

$\therefore a = -2$

㉠에서 $b = 1$ 이므로 $a + b = -1$

**19.** 두 개의 곡선 $y=ax^2+bx+8$ , $y=2x^2-3x+2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y=-x+6$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 값을 구하면?

① $a=-1,\ b=-1$

② $a=-1,\ b=0$

③ $a=1,\ b=0$

④ $a=1,\ b=-1$

⑤ $a=0,\ b=1$

해설

$y=ax^2+bx+8 \quad \cdots ①$

$y=2x^2-3x+2 \quad \cdots ②$

$y=-x+6 \quad \cdots ③$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로

②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.

②, ③을 연립하여 풀면

교점은 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 7)$ 이고,

이 두 점을 곡선 ①이 지나므로

$4a+2b+8=4,\ a-b+8=7$

$\therefore\ a=-1,\ b=0$

**20.** 두 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 와 $y = x^2 - bx + a$ 의 그래프의 교점이 $x$ 축 위에 있도록 상수 $a, b$ 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$ )

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

교점의 $x$ 좌표를 $p$ 라 하면

$p^2 - ap + b = p^2 - bp + a$

$(a - b)p + a - b = 0$

$(a - b)(p + 1) = 0$

$a \neq b$ 이므로 $p = -1$

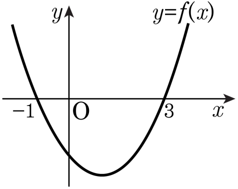
그런데 교점이 $x$ 축 위에 있으므로

교점의 $y$ 좌표는 $0$ 이다.

$\therefore 1 + a + b = 0$

$\therefore a + b = -1$

**21.** 이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1) = 0$의 두 근의 합은?




① $-1$　② $0$　③ $1$　④ $2$　⑤ $3$

해설

$y = f(x)$의 그래프와 $x$축의 교점의 $x$좌표가 $-1$, $3$이므로 $f(x) = a(x+1)(x-3)\ (a>0)$으로 놓을 수 있다.

이때, $f(2x-1) = a(2x-1+1)(2x-1-3) = 4ax(x-2)$이므로

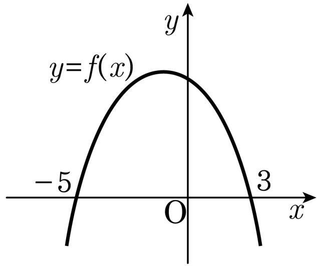
$f(2x-1) = 0$에서

$4ax(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 0$ 또는 $x = 2$

따라서 두 근의 합은 $2$이다.

**22.** 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?




① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ $(a<0)$ 으로 놓으면

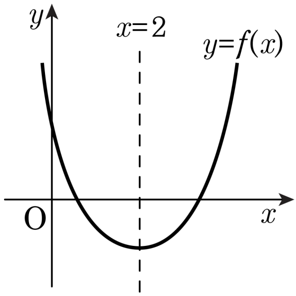
$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)$$
$$= \frac{a}{4}(x+6)(x-10)\text{이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$의 두 근의 합은 4

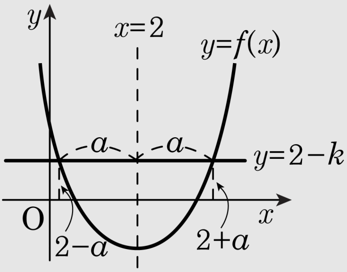
**23.** 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $x$에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$ 의 그래프는 $x$축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)




① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = t$로 놓으면
$f(t) = 0$을 만족시키는 두 실근은
$t = 2 - k$ 또는 $f = 2 + k$
$(0 < k < 2)$로 놓을 수 있다.
$\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$




( i ) $f(x) = 2 - k$를 만족시키는 $x$의 값은
$y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = 2 - k$의 교점의 $x$좌표이므로
$x = 2 - \alpha$ 또는 $x = 2 + \alpha$
( ii ) $f(x) = 2 + k$를 만족시키는 $x$의 값도
마찬가지로 생각하면 $x = 2 - \beta$ 또는 $x = 2 + \beta$
따라서 $f(f(x)) = 0$을 만족시키는 모든 실근의 합은
$(2 - \alpha) + (2 + \alpha) + (2 - \beta) + (2 + \beta) = 8$

**24.** 이차함수 $y=-x^2-6x-3$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 $m$ 의 최솟값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ $-1$ ⑤ $-2$

**해설**

$y=-x^2-6x-3$ 의 그래프를
$x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로
$2m$만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y-2m=-(x-m)^2-6(x-m)-3$
즉, $y=-x^2+2(m-3)x-m^2+8m-3$ 이
그래프가 $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4}=(m-3)^2-m^2+8m-3>0$$

$2m+6>0$

$\therefore\ m>-3$

따라서 정수 $m$ 의 최솟값은 $-2$ 이다.

**25.** 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ 의 그래프와 $g(x) = 3x - 4$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 $(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$, $(x_3, y_3)$ 에서 만난다고 한다. 이 때 $y_1 + y_2 + y_3$ 의 값은?

① $-6$ ② $-5$ ③ $-4$ ④ $-3$ ⑤ $-2$

해설

$x_1, x_2, x_3$ 는 방정식 $x^3 - 2x^2 + ax + b = 3x - 4$
즉 $x^3 - 2x^2 + (a-3)x + b + 4 = 0$ 의 세 근 $x_1 + x_2 + x_3 = 2$
이 때, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 는
직선 $y = 3x - 4$ 위의 점이므로
$y_1 = 3x_1 - 4, y_2 = 3x_2 - 4, y_3 = 3x_3 - 4$

$$\begin{aligned} \therefore y_1 + y_2 + y_3 &= 3(x_1 + x_2 + x_3) - 12 \\ &= 3 \cdot 2 - 12 \\ &= -6 \end{aligned}$$

**26.** 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 $P$ 의 $x$ 좌표가 $-3$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는? (단, $k$ 는 상수)

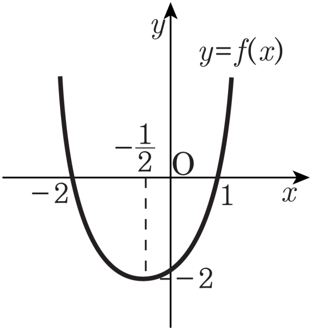
① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ 7 ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{5}$

**해설**

이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
P, Q 의 $x$ 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots$ ㉠ 의 두 실근과 같다.
점 P 의 $x$좌표가 $-3$이므로
㉠에 $x = -3$을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
$\therefore\ k = 5$
$k = 5$ 를 ㉠에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
$(x+3)(x-2) = 0$
$\therefore\ x = -3$ 또는 $x = 2$
따라서 점 Q 의 $x$ 좌표는 2 이다.
두 점 P, Q가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
$P(-3,\ 2),\ Q(2, 7)$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\{2-(-3)\}^2 + (7-2)^2} = \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}$$

**27.** 다음 그림은 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 세 실근의 합은?




① $-\frac{5}{2}$　② $-\frac{3}{2}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ 0　⑤ 1

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근이 $-2$ 와 1 이므로

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = -2$ 또는 $f(x) = 1$

i ) $f(x) = -2$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$

ii ) $f(x) = 1$ 에서 $x = -\frac{1}{2} + \alpha$ , $x = -\frac{1}{2} - \alpha$

따라서 모든 근의 합은

$$-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(-\frac{1}{2} - \alpha\right) = -\frac{3}{2}$$

**28.** $x$에 대한 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$의 그래프가 실수 $k$의 값에 관계없이 직선 $y = 2ax - a^2$에 접할 때, 상수 $a$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$ 의 그래프가 직선 $y = 2ax - a^2$ 에 접하므로

이차방정식 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k = 2ax - a^2$

즉, $x^2 - 2(k+a)x + k^2 + a^2 - 4k = 0$ 의 판별식을 $D$라고 하면

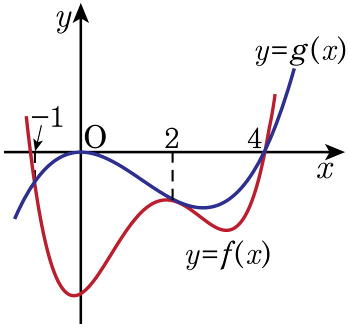
$\frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + a^2 - 4k) = 2ak + 4k = (2a+4)k$ 이고

$k$ 의 값에 관계없이 $D = 0$ 이어야 하므로

$2a + 4 = 0$

$\therefore a = -2$

**29.** 사차방정식 $\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ 과 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^2(x-4)=0$ 을 좌표평면에 함수 $f(x)$, $g(x)$ 로 각각 나타내었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?




① $-4$ ② $-\frac{10}{3}$ ③ $-3$ ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-2$

해설

$f(x)=g(x)$ 에서 $f(x)-g(x)=0$

$F(x)=f(x)-g(x)$ 라 하면

$F(x)=0$은 $x=-1,\ 2$(중근),

4를 근으로 가진다.

$\therefore\ F(x)=k(x+1)(x-2)^2(x-4)$

$f(x)$ 의 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 이므로 $k=\frac{1}{3}$

$f(x)=F(x)+g(x)$ 이므로

$\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d$

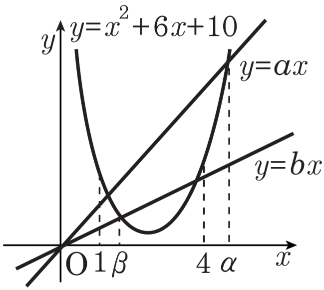
$=\frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2(x-4)+\frac{1}{3}x^2(x-4)$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$\frac{1}{3}+a+b+c+d=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 1\cdot(-3)+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot(-3)$

$\therefore\ a+b+c+d=-\frac{10}{3}$

**30.** 다음 그림과 같이 $y = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프가 직선 $y = ax$ 와 만나는 두 교점이 $x$ 좌표가 각각 $1$, $\alpha$ 이고 직선 $y = bx$ 와 만나는 두 교점의 $x$ 좌표가 각각 $\beta$, $4$ 일 때, $\dfrac{a}{b} + \dfrac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오.




▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

방정식 $x^2 - 6x + 10 = ax$

즉, $x^2 - (a+6)x + 10 = 0$ 의 두 근이 $1$, $\alpha$ 이므로

$1 + \alpha = a + 6$

$1 \cdot \alpha = 10$

$\therefore\ \alpha = 10,\ a = 5$

방정식 $x^2 - 6x + 10 = bx$

즉, $x^2 - (b+6)x + 10 = 0$ 의 두 근이 $\beta$, $4$ 이므로

$\beta + 4 = b + 6$

$4 \cdot \beta = 10$

$\therefore\ \beta = \dfrac{5}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \dfrac{a}{b} + \dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{5}{\frac{1}{2}} + \dfrac{10}{\frac{5}{2}} = 10 + 4 = 14$