

1. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x + 1)(x + 5y + 3)$

② $(x - 1)(x - 5y + 3)$

③ $(x - 1)(x + 5y - 3)$

④ $(x - 1)(x + 5y + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 5y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y + 2)x - (5y + 3) \\ &= (x + 5y + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

2. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

3. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$

② $3x - y + 2$

③ $x - y + 4$

④ $x - y + 2$

⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - x + 5y - 6 \\ &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ &\therefore A = x - y + 2 \end{aligned}$$

4. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

5. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$ ② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$
③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$ ④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$
⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

6. 다음 식을 인수분해하면?

$x^2 - y^2 + 8x + 4y + 12$

- ① $(x + y + 3)(x - y + 4)$

② $(x + y + 4)(x - y + 3)$

③ $(x + y + 2)(x + y + 6)$

④ $(x + y - 2)(x - y - 6)$

⑤ $(x + y + 2)(x - y + 6)$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 + 8x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= x^2 + 8x - (y + 2)(y - 6) \\ &= (x + y + 2)(x - y + 6) \end{aligned}$$

7. 다음 다항식 $a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1$ 을 인수분해하면?

① $(a + b - c - 1)(a - b - c + 1)$

② $(a - b + c + 1)(a - b - c + 1)$

③ $(a + b + c + 1)(a - b - c + 1)$

④ $(a + b - c + 1)(a - b + c + 1)$

⑤ $(a + b - c - 1)(a - b + c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 - (b^2 - 2bc + c^2) \\ &= (a + 1)^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + 1 + b - c)(a + 1 - b + c) \\ &= (a + b - c + 1)(a - b + c + 1) \end{aligned}$$

8. 다음 식을 인수분해하면?

$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$

- ① $(a - 1)(b - 1)(c + 1)$

② $(a + 1)(b - 1)(c - 1)$

③ $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$

④ $(a - 1)(b + 1)(c - 1)$

⑤ $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$

해설

$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$
 $= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1)$
 $= (a + 1)(bc + b + c + 1)$
 $= (a + 1)(b + 1)(c + 1)$

9. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

10. 다음 식 $x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2)$ 를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

- ① $2x - 2y + 3$ ② $2x - 2y + 1$ ③ $2x - 3y + 3$
④ $2x - y + 3$ ⑤ $x - 2y + 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2) \\ &= \{x - (3y-1)\} \{x + (y+2)\} \\ &= (x - 3y + 1)(x + y + 2) \end{aligned}$$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x - 2y + 3$

11. 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + 4x - 5y + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax - y + b)(x + cy - d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a + b = 3$

② $b + c = 2$

③ $c + d = 1$

④ $a + c = -1$

⑤ $b + d = -3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (4 - 3y)x + 2y^2 - 5y + 3 \\ &= x^2 + (4 - 3y)x + (2y - 3)(y - 1) \\ &= (x - 2y + 3)(x - y + 1) \\ &\therefore a = 1, b = 1, c = -2, d = -3 \end{aligned}$$

12. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,
 $x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$
 $= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$
 $= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$
 $\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$
 $\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$

13. $x^2 - 2y^2 + xy - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 3)(x - y - 1)$

② $(x + 2y - 1)(x - y - 1)$

③ $(x + 2y - 1)(x - y - 2)$

④ $(x - 2y + 1)(x + y + 1)$

⑤ $(x + 2y + 1)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= \{x + (2y - 1)\} \{x - (y + 1)\} \\ &= (x + 2y - 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

14. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

15. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

16. $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 5y$ 를 인수분해하면?

- ① $(x + y)(x + y - 5)$ ② $(x + y)(x + y - 10)$
③ $(x - y)(x + y - 5)$ ④ $(x - y)(x - y - 5)$
⑤ $(x + y)(x - y + 10)$

해설

$$(x + y)^2 - 5(x + y) = (x + y)(x + y - 5)$$

17. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x - y - 3)(x - y + 1)$

② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$

③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$

④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$

⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$

해설

주어진 식을 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (2 - 2y)x + y^2 - 2y - 3$$

$$= x^2 + (2 - 2y)x + (y + 1)(y - 3)$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x - (y - 3)\}$$

$$= (x - y - 1)(x - y + 3)$$

18. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

- ① $(x - y - 4)(x - y - 1)$ ② $(x - y + 4)(x - y + 1)$
③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$ ④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$
⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

19. 다항식 $x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1$ 이 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 두 일차식의 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 2y^2 - 2x - 3xy + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + 2y^2 + 3y + 1 \\ &= x^2 - (3y + 2)x + (2y + 1)(y + 1) \\ &= (x - 2y - 1)(x - y - 1) \\ &\therefore (-1) + (-1) = -2 \end{aligned}$$

20. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

21. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{ 의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)$$

$$= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2-y^2)x + (z-y)yz$$

$$= (z-y) \{ x^2 - (z+y)x + yz \}$$

$$= (z-y)(x-y)(x-z)$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$

22. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$(\text{준식}) = 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12$$

$$= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4)$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \searrow & -(3y-4) \rightarrow -6y+8 \\ 2 & \swarrow & y-3 \rightarrow \underline{y-3} (+ \\ & & -5y+5 \end{array}$$

$$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$$

$$a = -3, b = 4, c = 2, d = -3$$

$$\therefore ab - cd = -12 - (-6) = -6$$

23. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$$

$$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

24. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$
$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

25. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a + b + c \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이고 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{c}{2b} + \frac{2a}{c} = \frac{9}{2}$$