

1. $\sqrt{70} = x\sqrt{0.7}$, $\sqrt{2000} = y\sqrt{0.2}$ 일 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x, y > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{y}{x} = 10$

해설

$$\sqrt{70} = \sqrt{\frac{700}{10}} = \sqrt{100 \times \frac{7}{10}} = 10\sqrt{0.7}$$

$$10\sqrt{0.7} = x\sqrt{0.7} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 10$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{10000 \times \frac{2}{10}} = 100\sqrt{0.2}$$

$$100\sqrt{0.2} = y\sqrt{0.2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore y = 100$$

$$\therefore \frac{y}{x} = 10$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$
③ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = 4$
⑤ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 3$

② $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{5}$
④ $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{10}$

해설

② $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
③ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$
④ $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
⑤ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$

3. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{241} = 15.52$ ② $\sqrt{0.241} = 0.4909$
③ $\sqrt{2410} = 49.09$ ④ $\sqrt{24100} = 155.2$
⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{5} \quad \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552\end{aligned}$$

4. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $16a^2 - 24a + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $3a + 5$

② $4a - 3$

③ $4a + 3$

④ $3a - 3$

⑤ $2a + 5$

해설

$16a^2 - 24a + 9 = (4a - 3)^2$
따라서 한 변의 길이는 $4a - 3$ 이다.

5. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

6. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

7. 다음 중 대소 관계가 바르지 않은 것은?

① $3\sqrt{2} + 3 < 3\sqrt{5} + 2$

② $-\sqrt{15} + 1 > -3$

③ $3 - 2\sqrt{2} < 1 + 2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + 2$

⑤ $5\sqrt{6} + \sqrt{3} < \sqrt{6} + 3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & 5\sqrt{6} + \sqrt{3} - (\sqrt{6} + 3\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3} = \sqrt{96} - \sqrt{12} > 0 \\ \therefore \quad & 5\sqrt{6} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

8. $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

9. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{25}{9}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $-\frac{25}{9}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

10. 다음 다항식 중 $2x-1$ 을 인수로 갖지 않는 것은?

- ① $2x^2-5x+2$ ② $2x^2+9x-5$ ③ $4x^2-1$
④ $4x^2+4x-3$ ⑤ $6x^2+x-1$

해설

- ① $(2x-1)(x-2)$
② $(2x-1)(x+5)$
③ $(2x+1)(2x-1)$
④ $(2x+3)(2x-1)$
⑤ $(3x-1)(2x+1)$

11. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)-10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-1)(x^2-6)$

② $(x^2+1)(x^2-6)$

③ $(x^2-1)(x^2+6)$

④ $(x^2+1)(x^2+6)$

⑤ $(x^2-1)(x^2-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-10 &= x^4-5x^2+4-10 \\ &= x^4-5x^2-6 \\ &= (x^2+1)(x^2-6)\end{aligned}$$

12. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

13. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

14. $4 < \sqrt{2x-4} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$4 < \sqrt{2x-4} < 5$$

$$2x-4 \geq 0 \text{ 일 때,}$$

$$16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5$$

$$2x-4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6$$

$$x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14$$

$$-10 - 9 - 8 - 7 + 11 + 12 + 13 + 14 = 16$$

15. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

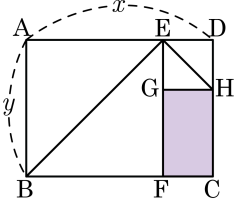
⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

16. 다음 그림과 같이 가로 길이 x , 세로 길이 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x
 ② y
 ③ $x + y$
- ④ $2x - y$
 ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

17. $x = 2\sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{2} + 3$

해설

$x = 2\sqrt{2} + 1$ 에서 $x - 1 = 2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 = 8, x^2 - 2x = 7$
 $\therefore$ (주어진 식) $= x(x^2 - 2x) + x - 5$
 $= 8x - 5 = 8(2\sqrt{2} + 1) - 5$
 $= 16\sqrt{2} + 3$

18. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] = 20, \sqrt{(m-n)^2} = 100$

일 때, $m+n$ 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라. (단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대의 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m+n=162$

▷ 정답 : $m+n=166$

해설

$\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] = 20$ 에서

$$20 \leq 10\sqrt{\frac{n}{m}} < 21, 2 \leq \sqrt{\frac{n}{m}} < 2.1$$

$$\therefore 4 \leq \frac{n}{m} < 4.41 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

이때, $\frac{n}{m} > 1$ 이므로 $n > m$

$$\sqrt{(m-n)^2} = 100, n-m = 100$$

$$\therefore n = m + 100 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}\text{에서 } 4 \leq \frac{m+100}{m} < 4.41$$

$$4 \leq 1 + \frac{100}{m} < 4.41, 3 \leq \frac{100}{m} < 3.41$$

$$3m \leq 100 < 3.41m$$

$$3m \leq 100 \text{에서 } m \leq 33.3\ldots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$100 < 3.41m \text{에서 } m > 29.3\ldots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}\text{에서 } 29.3 \times \times \times < m \leq 33.3 \times \times \times$$

$$\therefore m = 30, 31, 32, 33$$

이때 각각의 m 에 대한 n 의 값은

$$n = 130, 131, 132, 133 \text{ 이다.}$$

그런데 m, n 은 서로소이므로

$$(m, n) = (31, 131), (33, 133) \text{ 이므로}$$

$$m+n = 162, \text{ 또는 } 166 \text{ 이다.}$$

20. $a^2 + a + 1 = 0$ 일 때, $a^{11} + \frac{1}{a^{11}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변을 a ($a \neq 0$) 로 나누면

$$a + 1 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1$$

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변에 $a - 1$ 을 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 - 1 = 0, a^3 = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{11} + \frac{1}{a^{11}} &= (a^3)^3 \cdot a^2 + \frac{1}{(a^3)^3 \cdot a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 = -1\end{aligned}$$