1. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$

㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm4$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢　④ ㉡, ㉣　⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm2$

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)+(6+2\sqrt{3})\div\sqrt{2}$$

① $-\sqrt{6}$ ② $4-2\sqrt{2}$ ③ 4

④ $4-3\sqrt{6}$ ⑤ $4+3\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)+(6+2\sqrt{3})\div\sqrt{2}$$

$$=4-\frac{3\sqrt{6}}{3}+\frac{6\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2}$$

$$=4-\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

$$=4+3\sqrt{2}$$

3. 넓이가 45 인 정사각형 모양의 운동장이 있다. 이 운동장의 둘레의 길이를 구하면?

① $3\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $9\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $15\sqrt{5}$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 x 라고 할 때,

$x^2 = 45,\ x = \pm\sqrt{45}$

x 는 길이이므로 양수이다.

$\therefore x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\therefore$ 정사각형의 둘레는 $4 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

4. $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=(x+a)(x+b)$ 이고, $a>0$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

5. 다음 두 식 $A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9}$, $B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2}$ 일 때, $10A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$

$B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2} = 10 - 13 = -3$

따라서 $10A - B = 0 - (-3) = 3$ 이다.

6. $\sqrt{0.36} = a \times 6$ 이고 $\sqrt{1200} = \sqrt{b} \times 10$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{6}{5}$

해설

$\sqrt{0.36} = \sqrt{\frac{1}{100} \times 36} = \frac{1}{10} \times 6 \quad \therefore \ a = \frac{1}{10}$

$\sqrt{1200} = \sqrt{12 \times 100} = \sqrt{12} \times 10 \quad \therefore \ b = 12$

$\therefore \ ab = \frac{6}{5}$

7. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{10}-\sqrt{45}+\sqrt{40}=-\sqrt{5}+3\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

㉣ $\dfrac{3}{\sqrt{3}}-\dfrac{28}{\sqrt{28}}=\sqrt{3}-\sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{80}-\sqrt{20}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\sqrt{10}-\sqrt{45}+\sqrt{40}$
$=\sqrt{10}-3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$
$=3\sqrt{10}-3\sqrt{5}$

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}$
$=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

㉣ $\dfrac{3}{\sqrt{3}}-\dfrac{28}{\sqrt{28}}$
$=\sqrt{3}-\sqrt{28}$
$=\sqrt{3}-2\sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{80}-\sqrt{20}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=0$

8. 다음 중 $\sqrt{60}$ 의 값과 숫자 배열이 같은 것을 <u>모두</u> 고르면?

① $\sqrt{0.6}$ ② $\sqrt{600}$ ③ $\sqrt{6000}$

④ $\sqrt{60000}$ ⑤ $\sqrt{0.0006}$

해설

$\sqrt{60}$ 이 들어가는 형태로 표현할 수 있으면 $\sqrt{60}$ 과 숫자 배열이 같은 수이다.

① $\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{6}{10}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{60}}{10}$

② $\sqrt{600}=10\sqrt{6}$

③ $\sqrt{6000}=10\sqrt{60}$

④ $\sqrt{60000}=100\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{0.0006}=\sqrt{\frac{6}{10000}}=\frac{\sqrt{6}}{100}$

②, ④, ⑤는 $\sqrt{6}$ 과 숫자 배열이 같은 수

9. $\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a$ 를 인수분해했을 때 인수가 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?

① $\frac{2}{5}ax - \frac{5}{2}$　　② a　　③ $\left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$

④ $\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}$　　⑤ $\frac{2}{5}a - \frac{5}{2}$

해설

$$\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a = a\left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$$

10. $4x^2-4xy+y^2+4x-2y$ 를 인수분해하였더니 $(2x-y)(Ax-By+C)$ 가 되었다. $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $A+B+C=5$

해설

$$\begin{aligned}4x^2-4xy+y^2+4x-2y &= (2x-y)^2+2(2x-y)\\ &= (2x-y)(2x-y+2)\end{aligned}$$

$\therefore\ A=2,\ B=1,\ C=2$

$\therefore\ A+B+C=5$

11. 다음은 $\frac{3}{5}\times8^2-\frac{3}{5}\times2^2$을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma+mb=m(a+b)$

② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

③ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

④ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

⑤ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

해설

$$\frac{3}{5}\times8^2-\frac{3}{5}\times2^2$$

$$=\frac{3}{5}\times(8^2-2^2) \rightarrow \ ax+ay=a(x+y)$$

$$=\frac{3}{5}\times(8+2)(8-2) \rightarrow \ a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

12. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+2x-3} = \sqrt{4x-3}$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4\times 10-3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore\ \sqrt{4x-3} = 7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

13. 다음 중 옳은 것은?

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36}=6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

14. $f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1 ② $\sqrt{101}-1$ ③ $\sqrt{102}-1$

④ $\sqrt{102}-\sqrt{101}$ ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$f(0)=\sqrt{2}-\sqrt{1}=-1+\sqrt{2}$

$f(1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$f(2)=\sqrt{4}-\sqrt{3}=-\sqrt{3}+\sqrt{4}\cdots$

$f(99)=\sqrt{101}-\sqrt{100}=-\sqrt{100}+\sqrt{101}$

$f(100)=\sqrt{102}-\sqrt{101}=-\sqrt{101}+\sqrt{102}$

$\therefore f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$

$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+-\sqrt{3}+\sqrt{4}+\cdots-\sqrt{100}+\sqrt{101}-\sqrt{101}+\sqrt{102}$

$=-1+(\sqrt{2}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{3})+(\sqrt{4}+\cdots-\sqrt{100})+(\sqrt{101}-\sqrt{101})+\sqrt{102}$

$=-1+(0)+(0)+(0)+\sqrt{102}$

$=-1+\sqrt{102}$

15. $-2+\sqrt{10}$의 정수부분을 A, 소수부분을 B라 할 때, $\dfrac{B+7A}{B-A}$의 값은?

① $\dfrac{-13-4\sqrt{10}}{3}$ ② $\dfrac{13-4\sqrt{10}}{3}$ ③ $-14-2\sqrt{10}$
④ $14+2\sqrt{10}$ ⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3<\sqrt{10}<4$ 이고 $1<\sqrt{10}-2<2$ 이므로
$-2+\sqrt{10}$ 의 정수부분 $A=1$
소수부분 $B=-3+\sqrt{10}$

$$\frac{-3+\sqrt{10}+7}{-3+\sqrt{10}-1}=\frac{4+\sqrt{10}}{-4+\sqrt{10}}$$
$$=\frac{(\sqrt{10}+4)^2}{-6}$$
$$=\frac{16+10+8\sqrt{10}}{-6}$$
$$=\frac{26+8\sqrt{10}}{-6}$$
$$=\frac{13+4\sqrt{10}}{-3}$$

16. $x = \dfrac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{130-45\sqrt{3}}{2}$

④ $\dfrac{130+75\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\dfrac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

17. $a<0$ 일 때, $A=\sqrt{(-3a)^2}\times(-\sqrt{a})^2\div\sqrt{4a^2}\div\sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A=3$

해설

$$A=\sqrt{(-3a)^2}\times(-\sqrt{a})^2\div\sqrt{4a^2}\div\sqrt{(-5a)^2}$$
$$=|-3a|\times|a|\div|2a|\div|-5a|$$
$$=(-3a)\times(-a)\div(-2a)\div(-5a)=\frac{3}{10}$$

따라서 $10A=10\times\frac{3}{10}=3$ 이다.

18. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$2 < \sqrt{a+2b} < 3$, $\sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$

$a+2b = 5$, 6 , 7 , 8

$(a,\ b) = (1,\ 2)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 1)$, $(1,\ 3)$, $(3,\ 2)$,

$(5,\ 1)$, $(2,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(6,\ 1)$

따라서 9 개이다.

19. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$a + 3 = -(\alpha + \beta)$ 에서 $a = -\alpha - \beta - 3$

$3a - 3 = \alpha\beta$ 에서 $a = \dfrac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\therefore\ -\alpha - \beta - 3 = \dfrac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$

$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$(\alpha, \beta) = (-2, -6)\,(-4, 0)$

$\therefore\ a = -\alpha - \beta - 3$ 에서 $a = 1,\ 5$

20. $f(x)=x^2-8x-48$, $f(x)$가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x)=x^2-8x-48=(x+4)(x-12)$ 이고
40 의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.
$f(x)=x^2-8x-48=(x+4)(x-12)$ 이므로
$x+4$ 또는 $x-12$ 가 40 의 약수가 되어야 한다.
이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,
$x-12=40$ 일 때이므로 $x=52$