

1. 분수 $\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ 을 유리화하면?

① $4\sqrt{3}+6$

② $-6+4\sqrt{3}$

③ $-4\sqrt{3}-6$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $-5\sqrt{7}+8$

해설

$$\frac{2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=4\sqrt{3}-6$$

2. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $-2\sqrt{2}$

② $3-2\sqrt{2}$

③ $-3+2\sqrt{2}$

④ $3+2\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3+2\sqrt{2}$$

3. $\frac{4}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $4\sqrt{3}+8$

② $-4\sqrt{3}+8$

③ $-4\sqrt{3}-8$

④ $-4\sqrt{3}+2$

⑤ $-4\sqrt{3}-2$

해설

$$\frac{4(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{4\sqrt{3}+8}{-1} = -4\sqrt{3}-8$$

4. 다음 식을 $a + b\sqrt{m}$ 의 꼴로 고치고, ab 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})^2$$

- ① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} - (4 + 4\sqrt{3} + 3) \\&= \frac{2 - \sqrt{3}}{1} - 7 - 4\sqrt{3} \\&= 2 - \sqrt{3} - 7 - 4\sqrt{3} \\&= -5 - 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = -5, b = -5$$

$$\therefore ab = 25$$

5. 분수 $\frac{\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화 하면?

① $3+2\sqrt{2}$

② $-3\sqrt{2}+4$

③ $-3\sqrt{2}-4$

④ $3\sqrt{2}+4$

⑤ $3\sqrt{2}-4$

해설

$$\frac{\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3\sqrt{2}+4$$

6. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $3+2\sqrt{3}$

② $-3-2\sqrt{3}$

③ $-3+2\sqrt{3}$

④ $3-2\sqrt{3}$

⑤ $3+\sqrt{3}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{3}+2$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{3+2\sqrt{3}}{3-4} = -(3+2\sqrt{3}) \\ &= -3-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

7. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 계산하면?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

8. $\frac{\sqrt{2}-3}{1+\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -20 ② -10 ③ -1 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\frac{(\sqrt{2}-3)(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}-2-3+3\sqrt{2}}{1-2} = 5-4\sqrt{2} = a+b\sqrt{2}$$

이므로

$$a=5, b=-4 \therefore ab=-20$$

9. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{5-3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

10. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 간단히 하면?

① $-2\sqrt{6}$

② $2-2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

⑤ $3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{3} + 3\sqrt{2}-2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}-\sqrt{6}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=3\sqrt{2}-\sqrt{6} \end{aligned}$$

11. $\frac{3}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하는데 이용되는 곱셈 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{3}-2} &= \frac{3(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{3\sqrt{3}+6}{3-4} \\ &= -3\sqrt{3}-6\end{aligned}$$

12. $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 을 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}+7$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ &= \frac{4+4\sqrt{3}+3}{4-3} \\ &= 4\sqrt{3}+7\end{aligned}$$

13. $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2}\end{aligned}$$

14. $4 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분이 a , 정수 부분이 b 일 때, $ab - \frac{2}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3} - 6$

해설

$4 + \sqrt{3} = 5.\times\times\times$ 이므로

$a = \sqrt{3} - 1, b = 5$

$$\frac{2}{a} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \sqrt{3} + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore ab - \frac{2}{a} &= 5(\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1) \\ &= 5\sqrt{3} - 5 - \sqrt{3} - 1 \\ &= 4\sqrt{3} - 6\end{aligned}$$

15. $1 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5} - 7$

해설

$1 + \sqrt{5} = 3.\times\times\times$ 이므로

$1 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 3, 소수 부분은 $\sqrt{5} - 2$

$\therefore 2b - a = 2(\sqrt{5} - 2) - 3 = 2\sqrt{5} - 4 - 3 = 2\sqrt{5} - 7$

16. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $3b - \sqrt{3}a$ 의 값은?

① -9

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 9

해설

$2 + \sqrt{3} = 3.\times\times$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 3, 소수 부분은 $\sqrt{3} - 1$

$\therefore 3b - \sqrt{3}a = 3\sqrt{3} - 3 - 3\sqrt{3} = -3$

17. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9-4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4} \\ &= 9-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

18. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2+\sqrt{2})^2}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\&= \frac{4+4\sqrt{2}+2}{4-2} - \sqrt{2} \\&= \frac{4\sqrt{2}+6}{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}+3 - \sqrt{2} \\&= \sqrt{2}+3\end{aligned}$$

19. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2-2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{3\sqrt{3}}{3} &= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \\ &= 2-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

20. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\sqrt{x} + \frac{2}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3} + 1$

해설

$2 + \sqrt{3} = 3.\times\times\times$ 이므로 $x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$\begin{aligned}\sqrt{x} + \frac{2}{y} &= \sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3} + 1\end{aligned}$$

21. $1 + \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(2 + \sqrt{x})^2 - \frac{2}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 + 2\sqrt{2}$

해설

$1 + \sqrt{2} = 2.\times\times\times$ 이므로 $x = 2, y = \sqrt{2} - 1$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2 + \sqrt{2})^2 - \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} \\ &= 4 + 4\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} - 2 \\ &= 4 + 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

22. $(3-2\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ 가 유리수일 때, x 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 한다. 이 때, 다음 식의 값은? (단, x 는 유리수)

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{b}}+2\right)$$

① $3\sqrt{2}+2$

② $3\sqrt{2}+3$

③ $3\sqrt{2}+4$

④ $3\sqrt{2}+5$

⑤ $3\sqrt{2}+6$

해설

$$(3-2\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=3x-4+(3-2x)\sqrt{2}$$

유리수이므로 $3-2x=0$, $x=\frac{3}{2}$

$$a=1, b=\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{b}}+2\right) &= (1+2)\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}}+2\right) \\ &= 3(\sqrt{2}+2) \\ &= 3\sqrt{2}+6\end{aligned}$$

23. $\frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 + \sqrt{5}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{3-4} - \frac{\sqrt{4}+\sqrt{5}}{4-5} \\ &= -1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{5} \\ &= -1 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

24. $x = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ y &= \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ xy &= 4(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4 \\ x + y &= 4\sqrt{3}, y - x = 4\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ (\text{주어진 식}) &= \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2 + \left(\frac{y-x}{xy}\right)^2 \\ &= \left(\frac{4\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2 \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

25. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하는데 이용하면 편리한 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 에 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 를 곱해야 하므로 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 를 이용한다.

26. $a = \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} &= \frac{(\sqrt{a+1})^2 + (\sqrt{a-1})^2}{\sqrt{a-1} \times \sqrt{a+1}} \\ &= \frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2-1}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5-1}} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

27. 다음 수의 분모의 유리화가 틀린 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = -5 - 2\sqrt{6}$ ② $\frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{2}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 4$ ④ $\frac{4\sqrt{2}}{2 - 2\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 4$
⑤ $\frac{1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

해설

$$\textcircled{4} \quad \frac{4\sqrt{2}(2 + 2\sqrt{2})}{(2 - 2\sqrt{2})(2 + 2\sqrt{2})} = \frac{8\sqrt{2} + 16}{4 - 8} = -2\sqrt{2} - 4$$

28. $2\sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}-1} + \frac{8}{\sqrt{8}} - 3\sqrt{12}$ 를 간단히 하면?

① $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

② $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 3$

④ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 3$

해설

$$6\sqrt{3} - \frac{6(\sqrt{3}+1)}{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{3} = -3\sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{2}$$

29. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 를 계산하면?

- ① $4\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{-2\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{-1}=4\sqrt{6}$$

30. $\frac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}$ 을 간단히 하면?

① 14

② $2\sqrt{3}$

③ $8\sqrt{3}$

④ $7+4\sqrt{3}$

⑤ 1

해설

$$\frac{(\sqrt{3}+2)^2 - (2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{(3+4\sqrt{3}+4)-(4-4\sqrt{3}+3)}{8\sqrt{3}} =$$

31. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ 를 간단히 하면?

① $5 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$

② $5 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

③ $5 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

④ $7 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

⑤ $7 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2-1} \\ &= \frac{6+2\sqrt{3}}{2} + 4 + 2\sqrt{2} \\ &= 3 + \sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{2} \\ &= 7 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

32. 다음 중 분모의 유리화가 잘못된 것은?

① $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

② $\frac{2}{\sqrt{6} - 2} = \sqrt{6} + 2$

③ $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11} + 2\sqrt{3}} = \sqrt{22} - 2\sqrt{6}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})}{(\sqrt{11} + 2\sqrt{3})(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{22} - 2\sqrt{6}}{11 - 12} = -\sqrt{22} + 2\sqrt{6}$

33. $a = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

$$a = 3 + 2\sqrt{2}, \frac{1}{a} = \frac{1 \times (3 - 2\sqrt{2})}{9 - 8} \text{ 이므로}$$

$$a - \frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2} - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

34. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}\frac{y}{x} + \frac{x}{y} &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= (3-2\sqrt{2}) + (3+2\sqrt{2}) = 6\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\frac{y}{x} + \frac{x}{y} &= \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+1 + \sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} - 2 \\ &= 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

35. x, y 가 정수 일 때, ' $x + y\sqrt{2} = 0$ 이면 $x = 0, y = 0$ 이다.' 라는 성질을 이용하여 $\frac{a-2\sqrt{2}}{2-3\sqrt{2}} = 2 + b\sqrt{2}$ 를 만족하는 정수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{a-2\sqrt{2}}{2-3\sqrt{2}} = \frac{2a-12+(3a-4)\sqrt{2}}{-14}$$
이므로
$$\frac{2a-12}{-14} = 2, a = -8$$
$$-\frac{3a-4}{14} = b, b = 2$$
$$\therefore a + b = -6$$

36. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ 을 계산하면?

① $1 + \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\frac{1}{2}$

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \\ &= \frac{(1-\sqrt{2})}{-1} + \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1} + \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{4})}{-1} \\ &= -1 + 2 = 1 \end{aligned}$$

37. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

- ① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$ ③ $-14-2\sqrt{10}$
④ $14+2\sqrt{10}$ ⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3}\end{aligned}$$

38. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{\sqrt{8}}{8}$

③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$

$\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$

소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$$

$$= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4}$$

$$= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16 - 8} = 1$$

39. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때,
 $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0 < b < 1$)

① $\sqrt{3}-3$

② $2\sqrt{3}-1$

③ $2\sqrt{3}-3$

④ $3\sqrt{3}-1$

⑤ $3\sqrt{3}-3$

해설

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 0 \quad \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$b = \sqrt{3}-1$$

$$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$$

40. $x = \frac{1}{5-2\sqrt{6}}, y = \frac{-1}{5+2\sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - 10x - 2y^2 - 20y - 13(x-y)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -129

해설

$$\begin{aligned} x &= 5 + 2\sqrt{6}, y = -(5 - 2\sqrt{6}) \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= x(x-10) - 2y(y+10) - 13(x-y) \\ &= -1 - 2 \times (-1) - 130 \\ &= 1 - 130 = -129 \end{aligned}$$

41. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때,

$a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5} + t} &= \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12} \\ &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

42. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{9}-\sqrt{8}=-1+\sqrt{9}=-1+3=2$$

43. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
 ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4}$$

$$= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)}$$

$$= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16}$$

$$+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16}$$

$$= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

44. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\&= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\&= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)} \\ \therefore \frac{1}{f(x)} &= \sqrt{x} - \sqrt{x-1} \\ (\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\&\quad + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\&= \sqrt{50} \\&= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

45. 두 수 a, b 에 대하여 기호 $*$ 를 $a * b = \frac{1}{a - b\sqrt{3}}$ (단, a, b 는 $a \neq 0, b \neq 0$ 인 유리수)라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 * 1 = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
- ② $2 * 1 = 2 + \sqrt{3}$
- ③ $3 * 2 = -\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$
- ④ $5 * 3 = -\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $7 * 4 = -\frac{7 + 4\sqrt{3}}{2}$

해설

$$7 * 4 = \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

46. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

47. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

48. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\&= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\&\quad \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\&= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

49. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$f(n) = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ 이므로
(준식) $= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8}$
 $= -1 + 3 = 2$