1. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}$ 를 유리화할 때, 분모, 분자에 공통으로 곱해야 하는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3} \times \sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

2. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화한 것으로 옳은 것은?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

3. $\frac{6}{\sqrt{2}}$ 을 분모를 유리화하면?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

4. $\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{12}}$ 의 분모를 바르게 유리화한 것은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5}$

해설

$$\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{2}\sqrt{6}} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

5. $\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화 하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{a}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2a}}{2} = 2\sqrt{2a} = 2\sqrt{6}$$

따라서 $2a = 6$ 이므로 $a = 3$ 이다.

6. 분모를 유리화한다고 할 때, $\frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3 \times \square}{3\sqrt{2} \times \square}$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \square = \sqrt{2}$

7. 분모를 유리화한다고 할 때, $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{6} \times \square}{3 \times \square \times \square}$ 에서, $\square$ 안에 공통으로 들어갈 수는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{15}$$

$$\therefore \square = \sqrt{5}$$

8. 다음 분수의 분모의 유리화가 옳게 된 것은?

① $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$
④ $\frac{3\sqrt{10}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{30}}{4}$ ⑤ $-\frac{2}{\sqrt{6}} = -\frac{1}{3}$

해설

① $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
② $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{3\sqrt{10}}{4\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{10} \times \sqrt{3}}{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{30}}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{30}}{4}$
⑤ $-\frac{2}{\sqrt{6}} = -\frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = -\frac{2 \times \sqrt{6}}{6} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = 4$

⑤ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 3$

② $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{5}$

④ $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{10}$

해설

② $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{6}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$

④ $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{5}} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

⑤ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$

10. $\frac{2}{6\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{2}}{3a}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore 3a = 6, a = 2$$

11. $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{21}}{2a}$ 이 된다. 이 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{2a}$$

$$\therefore a = 3$$

12. $\frac{1}{\sqrt{18}} = k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{1}{3}$ ③ 6 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ 9

해설

$$\frac{1}{\sqrt{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore k = \frac{1}{6}$$

13. $-\frac{3}{2\sqrt{3}} = A\sqrt{3}$ 일 때, A 의 값으로 옳은 것은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 2 ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$-\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = A\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = -\frac{1}{2}$$

14. $\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, 자연수 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}} = \frac{12\sqrt{a}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3a}}{6} = 2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$$

$$3a = 6 \text{이므로 } a = 2$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

15. 분수 $\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{18}}{\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면?

① $\frac{10\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$

② $\frac{10\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$

③ $\frac{15\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{15\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$

⑤ $\frac{-15\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\text{(준식)} = \frac{(3\sqrt{10}-\sqrt{18}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$$

16. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$ ② $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$ ③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$
④ $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$

해설

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

17. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$	㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$
㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$	㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$
 ㉡ $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$
 ㉢ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$
 ㉣ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$

18. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은?(단, $a > 0$, $b > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

19. $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{6}$, $-\frac{20}{3\sqrt{5}} = b\sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{-ab}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 3\sqrt{6} \therefore a = 3$$

$$\frac{20}{3\sqrt{5}} = -\frac{20 \times \sqrt{5}}{3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{4\sqrt{5}}{3} \therefore b = -\frac{4}{3}$$

$$\sqrt{-ab} = \sqrt{-3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)} = \sqrt{4} = 2$$

20. $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $\frac{\sqrt{15}}{2}$ 가 되었다. 이 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{2 \times 6} = \frac{\sqrt{6a}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6a}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{6a} = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$$

$$\therefore a = 10$$

21. $\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = 3$ 일 때, a 의 값은?

- ① 24 ② 22 ③ 20 ④ 18 ⑤ 16

해설

$$\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{2} = 3$$

$$\sqrt{a-4} \times \sqrt{2} = 6 = \sqrt{36}$$

$$(a-4) \times 2 = 36$$

$$a-4 = 18$$

$$\therefore a = 22$$

22. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

23. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

24. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{ab} - \frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}} \\ &= \sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6 \end{aligned}$$

25. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{ 를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$