

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| ☐ ㉠ $a(y+x)$ | ☐ ㉡ $a(x-y)(a-b)$ |
| ☐ ㉢ $a(a-2b)$ | ☐ ㉣ $x(a-2b)$ |
| ☐ ㉤ $x-y$ | ☐ ㉥ $(x-y)(a-2b)$ |

- ① ㉠,㉢,㉤ ② ㉡,㉣,㉤ ③ ㉢,㉣,㉥
④ ㉢,㉤,㉥ ⑤ ㉣,㉤,㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. 넓이가 4 cm^2 , 5 cm^2 , 19 cm^2 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$ cm

해설

$4 + 5 + 19 = 28$
28 의 양의 제곱근 : $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

4. $a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ 일 때, $2a^2 - (-b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 - (-b)^2 &= 2(-\sqrt{5})^2 - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 2 \times 5 - 3 = 7 \end{aligned}$$

5. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

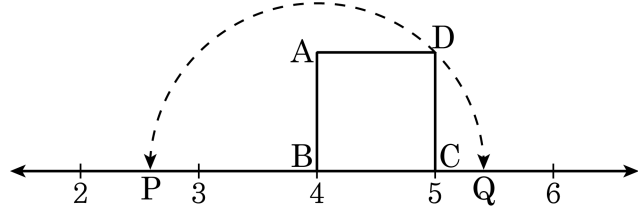
- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉥ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉦ 모든 유리수는 유한소수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉡ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉢ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉤ $\sqrt{25} = 5$
- ㉥ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

6. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a) , Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?

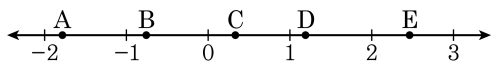


- ① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2} + 2$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

□ABCD 넓이는 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 $\therefore P(4 - \sqrt{2})$, $Q(4 + \sqrt{2})$
 따라서 $b - a = 4 + \sqrt{2} - (4 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
 $4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
 $\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

8. $\sqrt{0.36} = a \times 6$ 이고 $\sqrt{1200} = \sqrt{b} \times 10$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $ab = \frac{6}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.36} &= \sqrt{\frac{1}{100} \times 36} = \frac{1}{10} \times 6 \therefore a = \frac{1}{10} \\ \sqrt{1200} &= \sqrt{12 \times 100} = \sqrt{12} \times 10 \therefore b = 12 \\ \therefore ab &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

9. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{a}$, $\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 의 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \div b = 25$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{6}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3^2}{5^2 \times 3}} = \sqrt{\frac{3}{25}}$$

$$\therefore b = \frac{3}{25}$$

$$\therefore a \div b = 3 \times \frac{25}{3} = 25$$

10. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6})$$

① $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} - 2$

④ $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6}) \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

11. $(3-2\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ 가 유리수일 때, x 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 한다. 이 때, 다음 식의 값은? (단, x 는 유리수)

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{b}}+2\right)$$

① $3\sqrt{2}+2$

② $3\sqrt{2}+3$

③ $3\sqrt{2}+4$

④ $3\sqrt{2}+5$

⑤ $3\sqrt{2}+6$

해설

$$(3-2\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=3x-4+(3-2x)\sqrt{2}$$

유리수이므로 $3-2x=0$, $x=\frac{3}{2}$

$$a=1, b=\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{b}}+2\right) &= (1+2)\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}}+2\right) \\ &= 3(\sqrt{2}+2) \\ &= 3\sqrt{2}+6\end{aligned}$$

12. ax^2+5x+b 는 $x+3$, $2x-1$ 을 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-1$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(2x-1) &= 2x^2-x+6x-3 \\ &= 2x^2+5x-3\end{aligned}$$

$$\therefore a=2, b=-3$$

$$\therefore a+b=2-3=-1$$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해 중 $2x + 3 < 6$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값은?

㉠ $1 - \sqrt{3}$

㉡ $1 + \sqrt{3}$

㉢ $2 - \sqrt{3}$

㉣ $2 + \sqrt{3}$

㉤ $3 - \sqrt{3}$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$$

$$2x + 3 < 6, x < \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a = 1 - \sqrt{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 해 중 부등식 $2(4 - x) > x - 2$ 를 만족하는 것을 구하면?

① $x = 2$ ② $x = 3$ ③ $x = 4$ ④ $x = 5$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2, 5$$

$$2(4 - x) > x - 2$$

$$-3x > -10$$

$$\therefore x < \frac{10}{3}$$

따라서 구하는 값은 $x = 2$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x = 1$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 7$$

16. 이차방정식 $(x+3)^2 = k-1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $a+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(완전제곱꼴) = 0 일 때 중근을 갖는다.

$$k-1=0, k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } a=-3$$

$$\therefore a+k=-2$$

17. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x = 13$

18. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

19. 실수 x, y 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $x \odot y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \odot 2) + (2a \odot 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 14 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & (a \odot 2) + (2a \odot 1) \\ &= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\ &= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\ &= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$b = 3a + 3, \quad 4a = 20 \text{ 이므로 } a = 5, \quad b = 18$$

$$\therefore a + b = 23$$

20. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

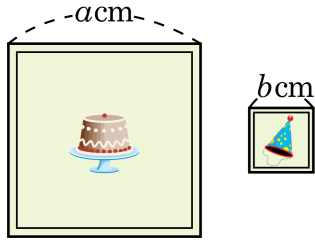
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

21. 한 변의 길이가 각각 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



- ① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$4(a + b) = 80$ 이므로 $a + b = 20$
 $a^2 - b^2 = 100$ 이므로 $(a + b)(a - b) = 100$
 $a - b = 5$
 $\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$

22. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

23. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 2, -6 \text{ 이므로}$$

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

25. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - 3x^2 + 6x &= 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x \\ &= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x \\ &= 2 \end{aligned}$$