1. 다음 중 수의 형태를 $\sqrt{x}$ 는 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로, $a\sqrt{b}$ 는 $\sqrt{x}$ 의 꼴로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ② $\sqrt{98} = 6\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$

④ $8\sqrt{2} = \sqrt{256}$ ⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{24}$

해설

① $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$
② $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$
④ $8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \times 2} = \sqrt{128}$
⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

2. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$x^2+2xy+y^2-1$$
$$=(x+y)^2-1 \quad \text{㉠}$$
$$=(x+y+1)(x+y-1) \quad \text{㉡}$$

보기

(가) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
(나) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(다) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(라) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$x^2+2xy+y^2-1$
$=(x+y)^2-1 \rightarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 이용
$=(x+y+1)(x+y-1) \rightarrow (a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$

3. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1　② -1　③ $1-2a$

④ $2a-1$　⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0,\ a-1 < 0$

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a-1$

4. n이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n의 개수를 구하여라.

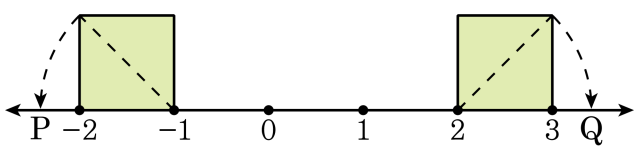
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

$4n = 2^2 \times n$ 이므로
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2,\ 2^2 \times 3^2 \cdots$ 이 있다.
$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2$ 4개이다.

5. 아래 수직선에서 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?



① 0 ② 1 ③ 3

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
점 P 의 좌표 $a=-1-\sqrt{2}$, 점 Q 의 좌표 $b=2+\sqrt{2}$ 이므로
$a+b=-1-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=1$

6. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15}+1$ ② $3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$

③ $\sqrt{2}+1 > 3$ ④ $3-\sqrt{2} > 4-\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15}+1$ 에서 $4-\sqrt{15}-1 = 3-\sqrt{15} < 0$

$\therefore\ 4 < \sqrt{15}+1$

② $3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$ 에서 $3+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{8} = 3-\sqrt{8} > 0$

$\therefore\ 3+\sqrt{5} > \sqrt{5}+\sqrt{8}$

③ $\sqrt{2}+1 > 3$ 에서 $\sqrt{2}+1-3 = \sqrt{2}-2 < 0$

$\therefore\ \sqrt{2}+1 < 3$

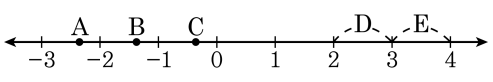
④ $3-\sqrt{2} > 4-\sqrt{2}$ 에서 $3-\sqrt{2}-4+\sqrt{2} = -1 < 0$

$\therefore\ 3-\sqrt{2} < 4-\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서 $\sqrt{\frac{4}{5}}-\sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5}-\frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35}-\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980}-\sqrt{1050}}{35} < 0$

$\therefore\ \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

7. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\sqrt{13}-6$ 에 대응하는 점은 B 이다.

② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.

③ $-\sqrt{7}+5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

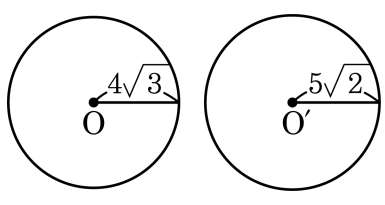
④ $\sqrt{5}+1$ 이 속하는 구간은 E 이다.

⑤ $\sqrt{2}-1$ 은 $1-\sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

① $\sqrt{13}-6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
⑤ $\sqrt{2}-1$ 은 $1-\sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

8. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$, $5\sqrt{2}\,\text{cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $4\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $5\sqrt{2}\,\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\,\text{cm}$

④ $7\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{2}\,\text{cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$S = \pi r^2$ 에서 $\pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$

$48 + 50 = R^2$

$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\,\text{cm}$

9. $a,\ b$가 유리수일 때, $\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}=a+b\sqrt{7}$에서 ab 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2<\sqrt{7}<3$ 이므로

$\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}$

$=\left(3-\sqrt{7}\right)-\left(2-\sqrt{7}\right)$

$=1$

$1=a+b\sqrt{7}$이므로

$a=1,\ b=0$이므로 $ab=0$이다.

10. $a=-\sqrt{3}$, $b=\sqrt{5}$ 일 때, $a(a-2b)-3b^2$ 의 값은?

① $-18-2\sqrt{5}$　② $-18+2\sqrt{15}$　③ $-12+2\sqrt{15}$

④ $18-2\sqrt{15}$　⑤ $18+2\sqrt{15}$

해설

$(\text{준식})=a(a-2b)-3b^2=a^2-2ab-3b^2$

$a=-\sqrt{3}$, $b=\sqrt{5}$ 를 대입하면

$(\text{준식})=3-2\times(-\sqrt{3}\sqrt{5})-3\times5=-12+2\sqrt{15}$

11. 곱셈공식을 이용하여 $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 를 계산하면?

① $-2\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ -8

④ 8 ⑤ $8-2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2}-\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{-2}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{2}$$
$$=\frac{5+3-2\sqrt{15}+3+5+2\sqrt{15}}{2}$$
$$=\frac{16}{2}=8$$

12. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$ 일 때, 이를 이용하여 $\sqrt{0.0008}$ 의 값을 구하면?

① 0.2828 ② 0.02828 ③ 0.002828

④ 0.0002828 ⑤ 0.00002828

해설

$$\sqrt{0.0008} = \sqrt{\frac{8}{10000}} = \frac{2\sqrt{2}}{100} = \frac{2.828}{100} = 0.02828$$

13. $\sqrt{48}+\dfrac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{48}+\frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}+\frac{\left(2\sqrt{3}-9\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$= 4\sqrt{3}+\frac{6-9\sqrt{3}}{3}$$
$$= 4\sqrt{3}+2-3\sqrt{3} = 2+\sqrt{3}$$

따라서, $1<\sqrt{3}<2$ 이고 $3<2+\sqrt{3}<4$ 이므로 구하는 정수부분은 3 이다.

14. 다음 수식의 $a+b+c+d+e$ 의 값은?

보기

㉠ $x^2+5x-14=(x-2)(x+a)$

㉡ $2x^2-4x-16=2(x+b)(x+2)$

㉢ $(x-c)(x+c)=x^2-16\ (c>0)$

㉣ $-3x^2+30x-75=-3(x+d)^2$

㉤ $3x^2+8x-3=(3x-1)(x+e)$

① -18 ② -4 ③ 5 ④ 13 ⑤ 36

해설

㉠ $x^2+5x-14=(x-2)(x+7)\ \therefore a=7$

㉡ $2x^2-4x-16=2(x-4)(x+2)\ \therefore b=-4$

㉢ $(x-4)(x+4)=x^2-16\ \therefore c=4$

㉣ $-3x^2+30x-75=-3(x^2-10x+25)$
$=-3(x-5)^2$

$\therefore d=-5$

㉤ $3x^2+8x-3=(3x-1)(x+3)\ \therefore e=3$

따라서 $a=7, b=-4, c=4, d=-5, e=3$ 이므로 $7-4+4-5+3=5$

15. 직사각형 모양의 땅의 넓이가 $6x^2 + 7x + 2$ 일 때, 이 땅의 둘레의 길이는?

① $10x + 2$　② $10x + 4$　③ $10x + 6$

④ $12x + 2$　⑤ $12x + 6$

해설

$6x^2 + 7x + 2 = (2x + 1)(3x + 2)$ 이므로 둘레의 길이는 $2 \times (2x + 1 + 3x + 2) = 10x + 6$ 이다.

16. 다음 식 $x^2+(-2y+3)x-(3y-1)(y+2)$를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

① $2x-2y+3$ ② $2x-2y+1$ ③ $2x-3y+3$
④ $2x-y+3$ ⑤ $x-2y+3$

해설

$x^2+(-2y+3)x-(3y-1)(y+2)$
$=\{x-(3y-1)\}\{x+(y+2)\}$
$=(x-3y+1)(x+y+2)$
따라서 일차식 인수의 합은 $2x-2y+3$

17. 다음은 $\frac{3}{5}\times 8^2-\frac{3}{5}\times 2^2$을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma+mb=m(a+b)$

② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

③ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

④ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

⑤ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

해설

$\frac{3}{5}\times 8^2-\frac{3}{5}\times 2^2$

$=\frac{3}{5}\times(8^2-2^2) \rightarrow ax+ay=a(x+y)$

$=\frac{3}{5}\times(8+2)(8-2) \rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

18. $x = 2 + 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - 1$ 일 때, $x^2 - 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2$
$= (x + 2y)(x - 2y)$
$= \left(2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\right)\left(2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\right)$
$= 4\sqrt{3} \times 4$
$= 16\sqrt{3}$

19. $x+9 < 2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$가 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x+9 < 2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x는 4이다.
따라서 4 가 $x^2+ax+b=0$ 의 중근이므로
$(x-4)^2 = x^2+ax+b$
$a=-8,\ b=16$
$\therefore a+b=8$

20. 이차방정식 $2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

$2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 1이므로
$x = 1$ 을 대입하면
$2 + 5 - a = 0$, $a = 7$
$2x^2 + 5x - 7 = 0$
$(2x + 7)(x - 1) = 0$
$x = -\frac{7}{2}$ 또는 $x = 1$

21. 이차방정식 $x^2-8x+7=0$ 의 두 근의 곱이 이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{63}{2}$

해설

$x^2-8x+7=0, (x-1)(x-7)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=7$
두 근의 곱은 7 이므로
이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 에 $x=7$ 을 대입하면
$98-35+2k=0$, $2k=-63$
따라서 k는 $-\frac{63}{2}$ 이다.

22. 이차방정식 $25x^2 + ax + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2 + 3x - a = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답: $x = -4$

해설

$25x^2 + ax + 4 = 0$

$\left(\frac{a}{25 \times 2}\right)^2 = \frac{4}{25}$, $\frac{a}{50} = \frac{2}{5}$

$\therefore a = 20$

$2x^2 + 3x - 20 = 0$

$(2x - 5)(x + 4) = 0$

$\therefore x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = -4$

23. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}$$

24. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
$x^2 + 4ax = -b$
$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
$x + 2a = \pm\sqrt{4a^2 - b}$
$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
$\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.

25. $2 < \sqrt{|5-2x|} < 4$ 를 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$2 < \sqrt{|5-2x|} < 4$ 에서

각 변을 제곱하면 $4 < |5-2x| < 16$

(1) $5-2x \geq 0$, 즉 $x \leq \frac{5}{2}$ 일 때,

$4 < 5-2x < 16 \therefore -\frac{11}{2} < x < \frac{1}{2}$

이를 만족하는 정수 x 는 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0$ 이다.

(2) $5-2x < 0$, 즉 $x > \frac{5}{2}$ 일 때,

$4 < 2x-5 < 16 \therefore \frac{9}{2} < x < \frac{21}{2}$

이를 만족하는 정수 x 는 $5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$ 이다.

따라서, (1), (2) 에 의하여 정수 x 의 개수는 12 개이다.