

1. 다음 중 수의 형태를 $\sqrt{x}$ 는 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로, $a\sqrt{b}$ 는 $\sqrt{x}$ 의 꼴로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

② $\sqrt{98} = 6\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$

④ $8\sqrt{2} = \sqrt{256}$

⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{24}$

해설

① $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$

② $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63}$

④ $8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \times 2} = \sqrt{128}$

⑤ $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

2. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 2xy + y^2 - 1 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \textcircled{㉠} \\
 & = (x + y)^2 - 1 \xleftarrow{\quad\quad\quad} \\
 & = (x + y + 1)(x + y - 1) \xleftarrow{\quad\quad\quad} \textcircled{㉡}
 \end{aligned}$$

보기

(가) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

(나) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(다) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

(라) $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

① (가), (나)

② (나), (가)

③ (가), (다)

④ (다), (가)

⑤ (가), (라)

해설

$$x^2 + 2xy + y^2 - 1$$

$$= (x + y)^2 - 1 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \text{ 이용}$$

$$= (x + y + 1)(x + y - 1) \rightarrow (a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$$

3. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1

② -1

③ $1 - 2a$

④ $2a - 1$

⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0$, $a - 1 < 0$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a - 1$$

4. n 이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

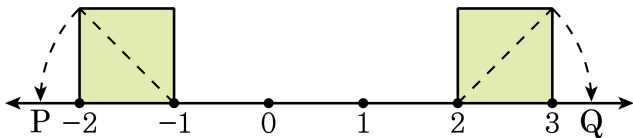
$4n = 2^2 \times n$ 이므로

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2, 2^2 \times 3^2 \dots$ 이 있다.

$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2$ 4개이다.

5. 아래 수직선에서 점 P, Q 의 좌표를 각각 a , b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?



① 0

② 1

③ 3

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

점 P 의 좌표 $a = -1 - \sqrt{2}$, 점 Q 의 좌표 $b = 2 + \sqrt{2}$ 이므로

$$a + b = -1 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 1$$

6. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서 $4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0$

$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서 $3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0$

$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서 $\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서 $3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0$

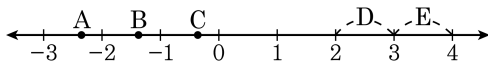
$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서 $\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35} -$

$\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0$

$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

7. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?

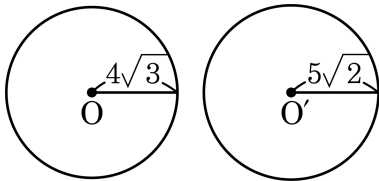


- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 B 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.
- ③ $-\sqrt{7} + 5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ④ $\sqrt{5} + 1$ 이 속하는 구간은 E 이다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
- ③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

8. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $4\sqrt{2}\text{ cm}$

② $5\sqrt{2}\text{ cm}$

③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$

④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$

⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

9. a, b 가 유리수일 때, $\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} = a + b\sqrt{7}$ 에서 ab 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로

$$\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$$

$$= (3 - \sqrt{7}) - (2 - \sqrt{7})$$

$$= 1$$

$1 = a + b\sqrt{7}$ 이므로

$a = 1, b = 0$ 이므로 $ab = 0$ 이다.

10. $a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $a(a - 2b) - 3b^2$ 의 값은?

① $-18 - 2\sqrt{5}$

② $-18 + 2\sqrt{15}$

③ $-12 + 2\sqrt{15}$

④ $18 - 2\sqrt{15}$

⑤ $18 + 2\sqrt{15}$

해설

$$(\text{준식}) = a(a - 2b) - 3b^2 = a^2 - 2ab - 3b^2$$

$a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(\text{준식}) = 3 - 2 \times (-\sqrt{3} \sqrt{5}) - 3 \times 5 = -12 + 2\sqrt{15}$$

11. 곱셈공식을 이용하여 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 를 계산하면?

① $-2\sqrt{15}$

② $2\sqrt{15}$

③ -8

④ 8

⑤ $8-2\sqrt{15}$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \\&= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2} - \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{-2} \\&= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{2} \\&= \frac{5+3-2\sqrt{15}+3+5+2\sqrt{15}}{2} \\&= \frac{16}{2} = 8\end{aligned}$$

12. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$ 일 때, 이를 이용하여 $\sqrt{0.0008}$ 의 값을 구하면?

① 0.2828

② 0.02828

③ 0.002828

④ 0.0002828

⑤ 0.00002828

해설

$$\sqrt{0.0008} = \sqrt{\frac{8}{10000}} = \frac{2\sqrt{2}}{100} = \frac{2.828}{100} = 0.02828$$

13. $\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} + \frac{(2\sqrt{3}-9) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{6-9\sqrt{3}}{3} \\ &= 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서, $1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로 구하는 정수부분은 3 이다.

14. 다음 수식의 $a + b + c + d + e$ 의 값은?

보기

㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + a)$

㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x + b)(x + 2)$

㉢ $(x - c)(x + c) = x^2 - 16 \ (c > 0)$

㉣ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x + d)^2$

㉤ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + e)$

① -18

② -4

③ 5

④ 13

⑤ 36

해설

㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7) \therefore a = 7$

㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x - 4)(x + 2) \therefore b = -4$

㉢ $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16 \therefore c = 4$

㉣ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x^2 - 10x + 25)$
 $= -3(x - 5)^2$

$\therefore d = -5$

㉤ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + 3) \therefore e = 3$

따라서 $a = 7, b = -4, c = 4, d = -5, e = 3$ 이므로 $7 - 4 + 4 - 5 + 3 = 5$

15. 직사각형 모양의 땅의 넓이가 $6x^2 + 7x + 2$ 일 때, 이 땅의 둘레의 길이는?

① $10x + 2$

② $10x + 4$

③ $10x + 6$

④ $12x + 2$

⑤ $12x + 6$

해설

$6x^2 + 7x + 2 = (2x + 1)(3x + 2)$ 이므로 둘레의 길이는 $2 \times (2x + 1 + 3x + 2) = 10x + 6$ 이다.

16. 다음 식 $x^2 + (-2y + 3)x - (3y - 1)(y + 2)$ 를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

① $2x - 2y + 3$

② $2x - 2y + 1$

③ $2x - 3y + 3$

④ $2x - y + 3$

⑤ $x - 2y + 3$

해설

$$x^2 + (-2y + 3)x - (3y - 1)(y + 2)$$

$$= \{x - (3y - 1)\} \{x + (y + 2)\}$$

$$= (x - 3y + 1)(x + y + 2)$$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x - 2y + 3$

17. 다음은 $\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$ 을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma + mb = m(a + b)$

② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

③ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

④ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

⑤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

해설

$$\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$$

$$= \frac{3}{5} \times (8^2 - 2^2) \rightarrow ax + ay = a(x + y)$$

$$= \frac{3}{5} \times (8 + 2)(8 - 2) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

18. $x = 2 + 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - 1$ 일 때, $x^2 - 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 &= x^2 - (2y)^2 \\&= (x + 2y)(x - 2y) \\&= (2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2)(2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2) \\&= 4\sqrt{3} \times 4 \\&= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

19. $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x + 9 < 2(x + 3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 는 4이다.

따라서 4가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x - 4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

20. 이차방정식 $2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 1이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$$2 + 5 - a = 0, a = 7$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

21. 이차방정식 $x^2 - 8x + 7 = 0$ 의 두 근의 곱이 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2k = 0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{63}{2}$

해설

$x^2 - 8x + 7 = 0, (x - 1)(x - 7) = 0$ 이므로 $x = 1$ 또는 $x = 7$
두 근의 곱은 7 이므로

이차방정식 $2x^2 - 5x + 2k = 0$ 에 $x = 7$ 을 대입하면

$$98 - 35 + 2k = 0, 2k = -63$$

따라서 k 는 $-\frac{63}{2}$ 이다.

22. 이차방정식 $25x^2 + ax + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2 + 3x - a = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답: $x = -4$

해설

$$25x^2 + ax + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a}{25 \times 2}\right)^2 = \frac{4}{25}, \quad \frac{a}{50} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore a = 20$$

$$2x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$(2x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -4$$

23. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로
 $p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로
 $q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$$x^2 + 4ax + b = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 4ax = -b$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$$

$$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$$

$$x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$$

$$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = -8$$

따라서 $a - b = 7$ 이다.

25. $2 < \sqrt{5-2x} < 4$ 를 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$2 < \sqrt{5-2x} < 4$ 에서

각 변을 제곱하면 $4 < 5-2x < 16$

(1) $5-2x \geq 0$, 즉 $x \leq \frac{5}{2}$ 일 때,

$$4 < 5-2x < 16 \therefore -\frac{11}{2} < x < \frac{1}{2}$$

이를 만족하는 정수 x 는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0$ 이다.

(2) $5-2x < 0$, 즉 $x > \frac{5}{2}$ 일 때,

$$4 < 2x-5 < 16 \therefore \frac{9}{2} < x < \frac{21}{2}$$

이를 만족하는 정수 x 는 $5, 6, 7, 8, 9, 10$ 이다.

따라서, (1), (2)에 의하여 정수 x 의 개수는 12 개이다.