

1. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

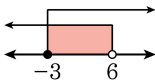
(반례: $a > 0$, $b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 3 < 9 \\ 4x + 1 \geq x - 8 \end{cases}$

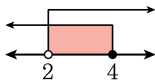
의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것

은?

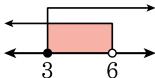
①



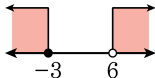
②



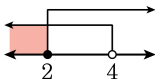
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 9 \rightarrow x < 6 \\ 4x + 1 \geq x - 8 \rightarrow x \geq -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x < 6$$

3. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(6)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 한다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 3 \text{에서 } P(3)$$

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times (-3)}{3 - 2} = 24 \text{에서 } Q(24)$$

$$\therefore \overline{PQ} = |24 - 3| = 21$$

4. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 $P(x_1)$ 라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 $Q(x_2)$ 라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $\overline{PQ} = 12 - 4 = 8$

5. 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점 A(-1, -2), B(6, 4), D(0, 2) 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 가 이웃하는 두 변일 때 나머지 한 꼭짓점 C의 좌표는?

① C(5, 0)

② C(0, 5)

③ C(7, 8)

④ C(8, 7)

⑤ C(7, 6)

해설

C(a, b) 라고 하면, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점은 같다.

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2} \right) = \left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+2}{2} \right)$$

$$-1+a=6, \quad -2+b=6$$

$$\therefore a=7, \quad b=8$$

$$\therefore C(7, 8)$$

6. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 을 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하여라.

① $(x+2)^2 + (y+1)^2 = r^2$

② $(x-1)^2 + (y+2)^2 = r^2$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2$

④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = r^2$

⑤ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$

해설

원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots$ ①

위의 임의의 점 $P(x, y)$ 를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 점을 $P(x', y')$ 이라 하면

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 3 \end{cases} \dots \text{②}$$

②를 ①에 대입하면 $(x' - 2)^2 + (y' - 3)^2 = r^2$

점 $P(x', y')$ 는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로
구하는 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 2(k - 11)x - k + 3 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절댓값보다 크기 위한 정수 k 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha\beta = -k + 3 < 0, \alpha + \beta = -2(k - 11) > 0$$

$$\therefore 3 < k < 11$$

8. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

① $x = 2\sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$

② $x = -2\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

③ $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

④ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$x^2 + xy - 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x + 2y) = 0$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$y = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$

ii) $x = -2y$ 일 때

$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$

$y^2 = 5, y = \pm\sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$ (복호동순)

$\therefore$ 구하는 해는 $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}), (-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}),$

$(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}), (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ 4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \end{cases}$ 에서 $x + y$ 의 값을 a, b 라 할 때, $a - b$ 의 값은? (단, x, y 는 양수, $a > b$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - xy + y^2 = 7 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉡ 식 $+2 \times$ ㉠ 식에 대입하면

$$6x^2 - 11xy + 3y^2 = 0 \quad (3x - y)(2x - 3y) = 0$$

$$\therefore 3x = y \text{ or } 2x = 3y$$

㉠: $3x = y$ 를 ㉠ 식에 대입하면

$$7x^2 = 7 \quad x = 1 (x > 0), \quad y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

㉡: $2x = 3y$ 를 $4 \times$ ㉠ 식에 대입하면

$$7y^2 = 28, \quad y^2 = 4, \quad y = 2 (y > 0), \quad x = 3$$

$$\therefore x + y = 5$$

$$a > b \text{ 이므로 } a = 5, b = 4$$

$$\therefore a - b = 1$$

10. 다음 세 부등식을 동시에 만족시키는 정수 x 의 개수는 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad -\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad 3(5 - x) + 4x \geq 5$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad 0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$$

① 10개

② 11개

③ 12개

④ 13개

⑤ 14개

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad -\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$$

$$\therefore x \leq 10$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad 3(5 - x) + 4x \geq 5$$

$$\therefore x \geq -10$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad 0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$$

$$\therefore x < 4$$

따라서 ㉠, ㉡, ㉢을 동시에 만족하는 정수는 14개이다.

11. 연립부등식
$$\begin{cases} \frac{3x-5}{8} < -1 \\ 1.5x + 3.9 > -0.6 + 0.6x \end{cases}$$
 을 만족하는 정수를 모두

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{cases} \frac{3x-5}{8} < -1 \\ 1.5x + 3.9 > -0.6 + 0.6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > -5 \end{cases}$$

따라서 $-5 < x < -1$ 을 만족하는 정수는 -4, -3, -2 이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - 7 < 2x + 2 \\ 2x + a > -x - 4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다.

이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

연립부등식을 각각 풀면

$$5x - 7 < 2x + 2 \text{ 에서 } x < 3 \text{ 이므로 } b = 3$$

$$2x + a > -x - 4 \text{ 에서 } x > \frac{-4 - a}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{-4 - a}{3} = 1$$

그러므로 $a = -7$ 이 된다.

따라서 $a + b$ 의 값은 $-7 + 3 = -4$ 이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

① 7개

② 6개

③ 5개

④ 4개

⑤ 3개

해설

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$x^2 - 5x + 4 > 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-4) > 0$$

$$\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 공통범위는 : } -2 \leq x < 1$$

$$\therefore \text{정수의 해 : } -2, -1, 0$$

14. 원 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 과 겹칠 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 32

③ 34

④ 41

⑤ 50

해설

$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 에서

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 x 축의 방향으로 a 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$(x-a+2)^2 + (y-b+3)^2 = 1$$

이 원이 ㉡과 겹쳐지므로

$$-a+2 = -1, -b+3 = -2$$

$$\therefore a = 3, b = 5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 34$$

15. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에 대하여 $(a^2 + b^2)c + (a + b)c^2 = (a + b)(a^2 + b^2) + c^3$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $b = c$ 인 이등변 삼각형

② a 가 빗변인 직각삼각형

③ $a = c$ 인 이등변 삼각형

④ c 가 빗변인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

해설

준식을 c 에 관한 내림차순으로 정리하면

$$c^3 - (a + b)c^2 - (a^2 + b^2)c + (a + b)(a^2 + b^2) \text{에서}$$

$$c^2\{c - (a + b)\} - (a^2 + b^2)\{c - (a + b)\}$$

$$= \{c - (a + b)\}\{c^2 - (a^2 + b^2)\}$$

$$= (c - a - b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

a, b, c 는 삼각형의 세변이므로

$$c - a - b \neq 0 \text{이고 } c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

즉 $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로 c 가 빗변인 직각 삼각형이다.

16. 두 다항식 $x^3 + px^2 + qx + 1$ 과 $x^3 + qx^2 + px + 1$ 의 최대공약수가 x 에 대한 일차식일 때, 상수 p, q 에 대하여 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = x^3 + px^2 + qx + 1$, $B = x^3 + qx^2 + px + 1$ 이라고 하면

$$\begin{aligned} A - B &= (x^3 + px^2 + qx + 1) - (x^3 + qx^2 + px + 1) \\ &= (p - q)x^2 - (p - q)x \\ &= (p - q)x(x - 1) \end{aligned}$$

이 때, $A - B$ 는 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 인수로 갖는다.
그런데, $p = q$ 이면 $A = B$ 가 되어 최대공약수가 x 에 대한 삼차식이 되므로 최대공약수가 x 에 대한 일차식이라는 조건에 모순이다.

또한, 두 다항식 A, B 의 상수항이 모두 1이므로 x 를 인수로 가질 수 없다.

따라서, $x - 1$ 이 두 다항식 A, B 의 최대공약수이고, 최대공약수는 A, B 의 인수이므로 $x = 1$ 을 두 다항식에 각각 대입하면 그 값이 0이어야 한다.

$$1 + p + q + 1 = 0, 1 + q + p + 1 = 0$$

$$\therefore p + q = -2$$

17. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 만족할 때, x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 y 에 대한 식으로 정리하면
 $y^2 - 2y + (x^2 + 2x - 2) = 0$
 x, y 는 실수이므로 이 이차방정식은 실근을 갖는다.

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (x^2 + 2x - 2) \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0, (x + 3)(x - 1) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq x \leq 1$, x 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -3

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 -2

18. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$

④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$

⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 P (a , 0)라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 Q (0, b)라 하면

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

19. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

① $(x-3)^2$

② $3x^2 + 2x - 5$

③ $\frac{1}{5}(x-3)^2$

④ $x^2 + 2x - 5$

⑤ $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$$f(-3) = 4$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2 (\because f(x) \text{는 } (x-3)^2 \text{으로 나누어 떨어진다.})$

$$f(x) = (x-3)^2 \{(x+3)Q(x) + a\}$$

$$f(-3) = (-3-3)^2 a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지} : \frac{1}{9}(x-3)^2$$

20. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다. 이 때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는? (단, $0 \leq a \leq 8$)

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

주어진 원이 x 축에 접하므로 그 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 = 0$$

이 원이 두 점 $A(0, 5)$, $B(8, 1)$ 을 지나므로

$$a^2 - 10b + 25 = 0, a^2 - 16a - 2b + 65 = 0$$

두 식을 연립하면

$$4a^2 - 80a + 300 = 0, 4(a-5)(a-15) = 0$$

그런데

$$0 \leq a \leq 8 \text{ 이므로 } a = 5, b = 5 \text{ 이다.}$$

이 때, 직선 AB 의 방정식은

$$y - 5 = \frac{1-5}{8-0}(x-0)$$

$$\therefore x + 2y - 10 = 0$$

따라서 원의 중심 $(5, 5)$ 와 직선 AB 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|5 + 2 \cdot 5 - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$