

1. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

2. $x = 1998, y = 4331$ 일 때, $\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$$

$$= \frac{(x + yi)^2 + (y - xi)^2}{(y - xi)(x + yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y - xi)(x + yi)} = 0$$

3. 이차함수의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값이 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최솟값 0

② $y = -3x^2 + 4 \rightarrow x = 0$ 일 때, 최댓값 4

③ $y = -(x + 3)^2 \rightarrow x = -3$ 일 때, 최댓값 0

④ $y = -(x + 2)^2 - 1 \rightarrow x = -2$ 일 때, 최댓값 -1

⑤ $y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 1

해설

$$\textcircled{5} \quad y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$$

$$y = 2(x + 1)^2 - 1$$

따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖는다.

4. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② 3

③ -6

④ 6

⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$$\therefore a - 3 = 0, a = 3$$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{에서 } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면

$$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

5. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

6. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

7. $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가 $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

x, y 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

8. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서

$f(-2) = g(-2)$ 이므로

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

10. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으려면?

① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$

② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$

③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$

④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 라 하면

$f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x - 1, x + 3$ 로 나누어떨어진다.

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)\end{aligned}$$

11. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

12. $z = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$ 의 값을 구하여라. ($i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

13. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 5(a-1)x - 24a = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 근을 $\alpha = 2k$, $\beta = 3k$ 라고 하면

$$\alpha + \beta = 2k + 3k = -5(a-1)$$

$$\alpha\beta = 2k \times 3k = -24a$$

$$\therefore k = 1 - a, k^2 = -4a$$

$a = 1 - k$ 를 대입하면

$$k^2 + 4(1 - k) = k^2 - 4k + 4 = (k - 2)^2 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

$$\therefore a = -1$$

해설

15. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① -14

② -13

③ -12

④ -11

⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, b = -2, ab = -12$$

16. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가 a 의 값에 관계없이 직선 $y = mx + n$ 과 접할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1$ 의 그래프가
직선 $y = mx + n$ 과 접하므로

$$x^2 - 2ax + a^2 + 2a - 1 = mx + n$$

$$\text{즉, } x^2 - (2a + m)x + a^2 + 2a - n - 1 = 0$$

$$\therefore 4am + m^2 - 8a + 4n + 4 = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(4m - 8)a + (m^2 + 4n + 4) = 0$$

$$4m - 8 = 0, m^2 + 4n + 4 = 0 \text{에서}$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = 2, n = -2$

$$\therefore m + n = 0$$

17. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.

$$y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$$

$$a = 4, b = 8$$

$$\therefore a + b = 12$$

18. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 30 cm^2

② 32 cm^2

③ 34 cm^2

④ 36 cm^2

⑤ 38 cm^2

해설

가로의 길이를 $x\text{ m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{ m}$, 넓이를 $y\text{ m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(12 - x) \\&= -x^2 + 12x \\&= -(x^2 - 12x + 36 - 26) \\&= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 36 m^2 이다.

19. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 20m이고 대각선의 길이가 3m일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2 인가?

① 12m^2

② 13m^2

③ 14m^2

④ 15m^2

⑤ 16m^2

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 20, a + b + c = 5$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3, a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

$$(\text{겉넓이}) = 2(ab + bc + ca)$$

$$= (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$= 25 - 9 = 16(\text{m}^2)$$

20. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 2

해설

$$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$$

$$B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$$

∴ 두 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.

$$\therefore \text{다항식 } C(\pm 1) = 0$$

$$\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0, C(-1) = a + b + 4 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = -4 \text{에서 } a + b = -4$$

21. 이차방정식 $x^2 - (p+4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되는 q 의 최솟값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

이차방정식 $x^2 - (p+4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라고 하면

$$|\alpha + 2 - \alpha| = \frac{\sqrt{(p+4)^2 - 4(q-2)}}{1} = 2$$

$$\sqrt{p^2 + 8p + 16 - 4q + 8} = 2$$

양변을 제곱하여 q 에 관해 정리하면

$$4 = p^2 + 8p + 16 - 4q + 8, 4q = p^2 + 8p + 20$$

$$q = \frac{1}{4}p^2 + 2p + 5 = \frac{1}{4}(p+4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = p + 4, \alpha\beta = q - 2$$

두 근의 차가 2이므로

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2$$

$$\sqrt{(p+4)^2 - 4(q-2)} = 2$$

양변을 제곱하면

$$(p+4)^2 - 4(q-2) = 4$$

q 에 대해 정리하면

$$q = \frac{1}{4}(p+4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

22. 길이가 80 m 인 끈으로 목장의 경계를 직사각형 모양으로 표시하려고 한다. 목장의 넓이를 최대 하려면 이 울타리의 가로 길이는 몇 m 로 정해야 하는가?

① 10 m

② 20 m

③ 30 m

④ 40 m

⑤ 50 m

해설

가로의 길이를 x m 라 하면 세로의 길이는 $(40 - x)$ m 이므로
목장의 넓이를 y m² 라 하면

$$y = x(40 - x) = -x^2 + 40x = -(x - 20)^2 + 400 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, $0 < x < 40$ 이므로 ㉠은 $x = 20$ 일 때 최대이고 최댓값은 400 이다.

따라서, 목장의 넓이를 최대 하려면 울타리의 가로의 길이는 20 m 로 해야 한다

23. x 에 대한 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 에 대하여 $f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어질 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) + 2 = 0, \alpha f(\alpha) + 2 = 0$

$$f(\alpha) = -2, \alpha = 1$$

$$\therefore f(1) = -2$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = 1 + a + b + c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

24. 실수 x, y, z 가 $x + y + z = 6$, $xy + yz + zx = 9$ 를 만족할 때 x 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 한다. 이 때 $M - m$ 의 값을 구하면 ?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y + z = 6 - x,$$

$$yz = 9 - x(y + z) = 9 - x(6 - x) = (x - 3)^2$$

실수 y, z 를 두 근으로 하는 이차방정식을 만들면

$$t^2 - (6 - x)t + (x - 3)^2 = 0$$

$$D = (6 - x)^2 - 4(x - 3)^2 \geq 0 \text{에서 } x(x - 4) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 4$$

$$M = 4, m = 0 \quad \therefore M - m = 4$$

25. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.