

1. 유리수 $\frac{21a}{126}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이 때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하면?

① 3

② 9

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}\frac{21a}{126} &= \frac{3 \times 7 \times a}{2 \times \cancel{7} \times 9} \\ &= \frac{\quad}{2 \times 3}\end{aligned}$$

유한소수가 되려면 분모에 2또는 5 만 있어야하므로

$$a = 3$$

2. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수의 a 의 값은?

$$0.3\dot{7} < 0.\dot{a} < 0.4\dot{6}$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$0.3\dot{7} = 0.3777\cdots$$

$$0.\dot{a} = 0.aaa\cdots$$

$$0.4\dot{6} = 0.464646\cdots$$

$$\therefore a = 4$$

3. $0.\dot{6}$ 에 어떤 수 a 를 곱하였더니 $2.\dot{6}$ 이 되었다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$0.\dot{6} \times a = 2.\dot{6}$$

$$\frac{6}{9} \times a = \frac{24}{9}$$

$$\therefore a = 4$$

4. 순환소수 $0.\dot{7}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것은?

① 7

② 9

③ 18

④ 90

⑤ 99

해설

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 A 는 9의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $2x^6 \times 3x^2 = 6x^8$

② $(3a^2)^3 = 9a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -6xy^6$

④ $48a^2x^3 \div 8ax^2 = 6ax$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^2$

해설

② $(3a^2)^3 = 3^3(a^2)^3 = 27a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -2 \times 3 \times x^3 \times y^2 = -6x^3y^2$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^{10-5} = 5a^5$

6. 어떤 식 A 에 $2x^2 - 5x + 7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니, 답이 $7x^2 - 2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 답의 계수와 상수항의 합은?

① -11

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 - 2x + 3 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 5x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{바른계산}) &= 5x^2 + 3x - 4 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 3x^2 + 8x - 11 \end{aligned}$$

따라서 계수와 상수항의 합을 구하면
 $3 + 8 - 11 = 0$ 이다.

7. 부등식 $\frac{5x-4}{2} + \frac{8-12x}{4} > -\frac{a}{2}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{5x-4}{2} + \frac{8-12x}{4} > -\frac{a}{2} \text{의 양변에 4를 곱하면}$$

$$2(5x-4) + (8-12x) > -2a$$

$$-2x > -2a$$

$$\therefore x < a$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $4 \leq a < 5$ 이 되어야 한다.

따라서 $a = 4$ 이다.

8. 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 3 배하면 그 눈의 수에 7 을 더한 것보다 크다고 한다. 이런 눈의 수를 바르게 구한 것은?

① 1, 2

② 3, 4, 5, 6

③ 4, 5, 6

④ 5, 6

⑤ 6

해설

$$3x > x + 7$$

$$x > \frac{7}{2} \text{ 이므로,}$$

만족하는 수는 4, 5, 6 이다.

9. 다음 중 가장 큰 수를 고르면?

① $2^2 \times 2^2$

② 3×3^2

③ $2 \times (-2)^4$

④ $(-4)^3 \times 4^2$

⑤ $(-3)^3 \times (-3)$

해설

① $2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 16$

② $3 \times 3^2 = 3^3 = 27$

③ $2 \times (-2)^4 = 2 \times 2^4 = 2^{1+4} = 2^5 = 32$

④ $(-4)^3 \times 4^2 = -4^3 \times 4^2 = -4^5 = -1024$

⑤ $(-3)^3 \times (-3) = -3^3 \times (-3) = 3^4 = 81$

10. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

11. $11a^2 - a - 4$ 에서 어떤 식을 뺀 것은 그 어떤 식에서 $5a^2 + 9a - 6$ 을 뺀 것과 결과가 같다고 한다. 어떤 식을 구하면?

① $-4a^2 + 8a + 5$

② $8a^2 - 4a + 5$

③ $-8a^2 + 4a - 5$

④ $4a^2 + 8a - 5$

⑤ $8a^2 + 4a - 5$

해설

어떤 식을 A 라고 하면

$$11a^2 - a - 4 - A = A - (5a^2 + 9a - 6)$$

$$2A = 11a^2 - a - 4 + 5a^2 + 9a - 6 = 16a^2 + 8a - 10$$

$$\therefore A = 8a^2 + 4a - 5$$

12. ‘전체 학생 100 명 중에서 남학생이 x 명일 때, 여학생 수는 45 명보다 작다.’를 부등식으로 바르게 나타낸 것은?

① $100 - x < 45$

② $100 - x \geq 45$

③ $45 + x \leq 100$

④ $x \geq 45$

⑤ $x < 45$

해설

100 명 중 남학생이 x 명이면

여학생의 수는 $100 - x$

$\therefore 100 - x < 45$

13. $a \geq b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

① $1 - \frac{a}{3} \geq 1 - \frac{b}{3}$

③ $4 + \frac{a}{2} \leq 4 + \frac{b}{2}$

⑤ $\frac{3}{4}a + 6 \leq \frac{3}{4}b + 6$

② $-2a + 1 \leq -2b + 1$

④ $3a - 5 \geq 3b - 5$

해설

② $-2a + 1 \leq -2b + 1$ 양변에 음수를 곱하여서 부등호 방향이 바뀌었다.

④ $3a - 5 \geq 3b - 5$ 양변에 같은 수를 빼어도 부등호 방향은 바뀌지 않는다.

14. 부등식 $8 \times 4^x - 8 < 2040$ 을 만족하는 자연수 x 의 값 중 짝수인 것을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$8 \times 4^x - 8 < 2040$$

$$8 \times 4^x < 2048$$

$$4^x < 256$$

따라서 $4^x < 4^4$ 이므로 이 식을 만족하는 자연수 x 는 1, 2, 3 이다.
이 중 짝수인 수는 2 이다.

15. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 사이에 $ab > 0, bc < 0, b > c$ 인 관계가 있을 때, $-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 4$

해설

$ab > 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 같다.

$bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 반대이다. $b > c$ 이므로 b 가 양수이고 c 가 음수가 되어야 한다.

a 와 b 의 부호는 같다고 했으므로 a 의 부호도 양수이다. $a > 0, b > 0, c < 0$

그러므로 $a + b - c > 0$ 임을 알수있다.

$$-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$$

$$(c-b-a)x > -4(a+b-c)$$

$$-(a+b-c)x > -4(a+b-c)$$

$$x < \frac{-4(a+b-c)}{-(a+b-c)} = 4$$

16. 민혁이네 반은 학교에서 150 km 떨어진 곳에 버스를 타고 소풍을 가기로 했다. 버스는 처음에 시속 80 km 로 가다가 잠시 휴게소에 들린 후 시속 60km 로 목적지까지 갔다. 총 도착하는 데 걸린 시간은 2 시간을 넘기지 않았을 때, 학교에서 휴게소까지의 거리는 얼마 이상인지 구하여라.(단, 휴게소에서 머무는 시간은 생각하지 않는다.)

▶ 답 : km 이상

▷ 정답 : 120 km 이상

해설

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

학교에서 휴게소까지의 거리를 x km 라고 하면 휴게소에서 목적지까지의 거리는 $(150 - x)$ km 이다.

$$\frac{x}{80} + \frac{150 - x}{60} \leq 2 \text{ 이다.}$$

정리하면

$$\frac{x}{80} + \frac{150 - x}{60} \leq 2$$

$$3x + 4(150 - x) \leq 480$$

$$3x + 600 - 4x \leq 480$$

$$-x \leq -120$$

$$x \geq 120$$

17. 기차가 출발하기까지 3시간의 여유가 있어서 이 시간 동안에 빵집에 가서 빵을 사려고 한다. 빵을 사는데 10분이 걸리고 시속 4km로 걷는다면, 역에서 몇 km 이내에 있는 빵집을 이용할 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : km이내

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$ km이내

해설

역에서 빵집까지의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{4} + \frac{10}{60} + \frac{x}{4} \leq 3$$

$$\therefore x \leq \frac{17}{3} \text{ (km)}$$

따라서 $\frac{17}{3}$ km 이내에 있는 빵집을 이용해야 한다.

18. $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} < \frac{1}{200}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990} -$$

$$\frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$$

$4.44 < c < 5.55$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 는 5 이다.

19. $216 = 3^m(3^n - 1)$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$216 = 3^3 \times 2^3 = 3^3 \times 8 = 3^3(3^2 - 1) = 3^m(3^n - 1)$$

$$m = 3, n = 2 \quad \therefore m + n = 5$$

20. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

① $x - \frac{5}{2}y - 3$

② $x - \frac{3}{2}y - 2$

③ $x + \frac{3}{2}y - 1$

④ $-x + \frac{5}{2}y$

⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

21. 버스요금은 1인당 900원씩이고, 택시는 기본 2km까지는 요금이 1900원이고, 이 후로는 200m당 100원씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 네 명이 함께 이동할 때, 버스를 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지 인가?

① 5km 미만

② 5.4km 미만

③ 4.2km 이하

④ 4.2km 미만

⑤ 5.2km 미만

해설

택시 요금이 100원씩 올라가는 횟수를 x 회라 하면

$$900 \times 4 > 1900 + 100x$$

$$1700 > 100x$$

$$x < 17$$

$$\therefore 2 + 0.2 \times 17 = 2 + 3.4 = 5.4$$

따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 5.4km 미만까지 이다.

22. 각설탕 5 개를 200g의 끓는 물에 넣었더니 농도가 20%의 설탕물이 되었다. 추가로 최소한 각설탕 몇 개를 더 넣어야 농도가 30% 이상이 되는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

각설탕 한 개의 무게를 $x(g)$ 이라 하면

$$\frac{20}{100}(200 + 5x) = 5x$$

$$40 + x = 5x$$

$$4x = 40$$

$$\therefore x = 10(g)$$

따라서 추가하는 각설탕의 개수를 y 개라 하고

식을 세우면

$$\frac{20}{100} \times 250 + 10y \geq \frac{30}{100}(250 + 10y)$$

$$5000 + 1000y \geq 7500 + 300y$$

$$700y \geq 2500$$

$$y \geq \frac{25}{7}$$

따라서 각설탕을 4개를 추가해야 한다.

23. $\frac{a}{70}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이고 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 자연수 a 와 b 의 값의 합 $a + b$ 를 구하여라. (단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$

a 는 7의 배수, 단, $10 < a < 20$ 이므로

$$a = 14, b = 5$$

$$\therefore a + b = 19$$

24. $\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 $a - 1$ 자리의 자연수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{10} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{10} \times (3 \cdot 5)^{20}}{(3^2 \cdot 5)^{10}} = \frac{2^{10} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{10} \times 5^{10} = 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수 이므로 $a - 1 = 11$

$$\therefore a = 12$$

25. $x : y : z = a : b : c$ 일 때, $\left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x : y : z = a : b : c$ 이므로

주어진 식에 $x = ak, y = bk, z = ck$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} \\ &= \left(\frac{a^2}{ak} + \frac{b^2}{bk} + \frac{c^2}{ck}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{ak+bk+ck} \\ &= \left(\frac{a}{k} + \frac{b}{k} + \frac{c}{k}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{k(a+b+c)} \\ &= \frac{1}{k}(a+b+c) - \frac{1}{k}(a+b+c) = 0 \\ \therefore & \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} = 0 \end{aligned}$$