1. 다음 중 계산이 <u>틀린</u> 것은?

① $\sqrt{20}+3\sqrt{45}=11\sqrt{5}$

② $\sqrt{12}+\sqrt{27}=5\sqrt{3}$

③ $\sqrt{7}-\sqrt{28}=-\sqrt{7}$

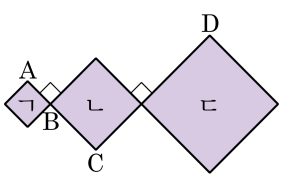
④ $\sqrt{6}+\sqrt{24}=3\sqrt{6}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{2\sqrt{3}}{5}=-\frac{\sqrt{3}}{10}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{2\sqrt{3}}{5}=\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{4\sqrt{3}}{10}=-\frac{3\sqrt{3}}{10}$

2. 다음 그림에서 세 정사각형 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 넓이가 각각 $2\,\mathrm{cm}^2, 8\,\mathrm{cm}^2, 18\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 는?



① $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ④ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

ㄴ의 넓이가 $8\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{\mathrm{CD}} = 2\sqrt{2} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.

3. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $2x+2y-3z$ ② $2x-2y-3z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+3y-2z$ ⑤ $2x+2y+3z$

해설

$(x+y)=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} A(A-3z)-4z^2 &= A^2-3Az-4z^2 \\ &= (A-4z)(A+z) \\ &= (x+y-4z)(x+y+z) \end{aligned}$$

$\therefore\ (x+y-4z)+(x+y+z)=2x+2y-3z$

4. 이차방정식 $(x-4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(x-4)^2 = 8$

$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore a+b = (4+2\sqrt{2}) + (4-2\sqrt{2}) = 8$

5. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$

$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$

$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

$\therefore a = 1$

6. $75x^2-12y^2=a(bx+cy)(bx-cy)$ 일 때, 자연수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 10　　② 15　　③ 20　　④ 26　　⑤ 28

해설

$75x^2-12y^2=3(25x^2-4y^2)=3(5x+2y)(5x-2y)$

$\therefore a=3,\ b=5, c=2$

$\therefore a+b+c=10$

7. $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $\frac{2a}{b} - \frac{2b}{a}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{3}$

해설

$ab = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2$

$a + b = (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 1) = 2\sqrt{3}$

$a - b = (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1) = -2$

$$\therefore \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab} = \frac{2(a+b)(a-b)}{ab}$$
$$= \frac{2(2\sqrt{3})(-2)}{2} = -4\sqrt{3}$$

8. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?

① $5\pi x^2\,\mathrm{cm}^2$
② $\pi x(x+5)\,\mathrm{cm}^2$
③ $\pi x(x+10)\,\mathrm{cm}^2$
④ $\pi x(2x+5)\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\pi x(2x+10)\,\mathrm{cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)
$= \pi \times 5^2 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$
(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)
$= \pi \times (x+5)^2$
따라서, 늘어난 넓이는

$$\begin{aligned}\pi \times (x+5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2+10x+25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x+10)(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$2x^2 - ax - 3 = 0$ 에 $x = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0,\ a = 1$

$2x^2 - x - 3 = 0,\ (x+1)(2x-3) = 0,\ x = -1,\ \frac{3}{2}$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$2x^2 - 5x - b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$

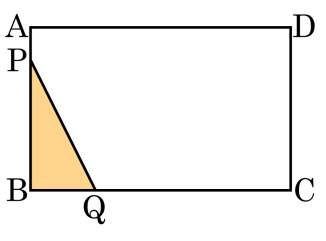
10. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 <u>아닌</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 △PBQ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?



① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초
④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

해설

x 초 후의
$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$
$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$
$\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2,\ 8$

12. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수)+ (무리수)
② (무리수)− (무리수)
③ (유리수)× (무리수)
④ (무리수)÷ (무리수)
⑤ (무리수)− (유리수)

해설

① $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ (유리수)
② $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ (유리수)
③ $0\times\sqrt{2}=0$ (유리수)
④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$ (유리수)

13. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$$\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$\therefore a = 5$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$\therefore b = 3$

$\therefore a+b = 5+3 = 8$

14. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$

$\therefore\ x = \frac{2}{5}$

15. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 11　　⑤ 16

해설

$$49x^2 + 14xy + y^2 - 9 = (7x + y)^2 - 3^2$$
$$= (7x + y + 3)(7x + y - 3)$$

$a = 7,\ b = -3,\ c = 1$

$\therefore a - b + c = 11$

16. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.
정수 n 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$2x^2 - 7x + 2 = 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2$

$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) = -2 + \frac{49}{8}$

$2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$

$x = \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$

$\therefore m = \frac{7 + \sqrt{33}}{4}$

$5 < \sqrt{33} < 6$

$\frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25$

$3 < m < 4$

$\therefore n = 3$

17. 서로 다른 실수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a+b+c=0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 존재하지 않는다.

④ 모든 실수에 대해서 만족한다.

⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 에 $b=-a-c$ 를 대입하면 $D=(-a-c)^2-4ac=a^2-2ac+c^2=(a-c)^2\geq 0$
$a\neq c,\ a-c\neq 0$ 이므로 $(a-c)^2>0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

18. 이차방정식 $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① 큰 근을 α라 하고 $\alpha < 0$이면 $m = 17$이다.

② 주어진 식을 만족하는 해는 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.

③ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 9이다.

④ 작은 근을 α라 하고 $\alpha > 0$이면 $m < 0$이다.

⑤ 모든 m의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 α, $\alpha - 3$이라 하면
$\alpha(\alpha - 3) = 40$
$\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 $8, 5$ 또는 $-5, -8$이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m$, $m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m$, $m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 8이다.

19. 한 원 위에 n개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10(\because n > 0)$

20. 정수 n에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$이라고 할 때, $f(-5)+f(-4)+\cdots+f(4)+f(5)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$f(-5) = \sqrt{(-12)\times(-8)+4} = 10 = 2\times 5$
$f(-4) = \sqrt{(-10)\times(-6)+4} = 8 = 2\times 4$
$\vdots$
$f(0) = \sqrt{(-4)+4} = 0 = 2\times 0$
$\vdots$
$f(5) = \sqrt{8\times 12+4} = 10 = 2\times 5$
$f(-5)+f(-4)+\cdots+f(0)+\cdots+f(5)$
$= 2(5+4+\cdots+0+1+\cdots+5)$
$= 2\times 30 = 60$

21. $2 < x \leq 3$일 때,
$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2 - x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

22. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.
분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로
$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times$ (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$
$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times$(자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$
$y = 3$ 일 때, x 는 (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$
y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$)이다.
따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

23. 부등식 $\frac{1}{3} \le \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{3} \le \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 이므로

$2 < \sqrt{2x} \le 3$

각 변을 제곱하면

$4 < 2x \le 9$

$2 < x \le \frac{9}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

24. $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$$x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 12x + \square = (x - \square)^2 = x^2 - 2\square x + \square^2$

$-12x = -2\square x \qquad \therefore \ \square = 6$

$\therefore \ x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$

25. $f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}$ 일 때, $f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{9}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{10}{99}$ ⑤ $\dfrac{20}{99}$

해설

$f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}=\dfrac{a-1}{a}\cdot\dfrac{a+1}{a}$ 이므로

$f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$

$=\dfrac{9}{10}\cdot\dfrac{11}{10}\times\dfrac{10}{11}\cdot\dfrac{12}{11}\times\dfrac{11}{12}\cdot\dfrac{13}{12}\times\cdots\times\dfrac{98}{99}\cdot\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{9}{10}\times\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{10}{11}$