

1. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$
$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$
$$\therefore b < c < a$$

2. $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

3. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

- ① 890 ② 892 ③ 894 ④ 896 ⑤ 898

해설

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$$

$$30 - a = 28, \quad a = 2$$

$$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$$

4. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

- ① ⑦ ② ⑦, ① ③ ⑦, ①, ②, ③
- ④ ⑦, ①, ②, ③, ④ ⑤ ⑦, ①, ②, ③, ④, ⑤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
 꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭
 이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.
 ㉤ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
 ㉥ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
 $x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

5. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$

② $a + 5b$

③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$

⑤ $5a - 5b$

해설

$$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$$

6. $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $-(a - \sqrt{10})$ 의 값은?

① $2\sqrt{10}$

② -3

③ 3

④ $-2\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{10}$

해설

$\sqrt{10} = 3.\times\times\times$ 이므로 정수 부분이 3이고, 소수 부분은 $\sqrt{10}-3$ 이 된다.

$$\therefore -(a - \sqrt{10}) = -(\sqrt{10} - 3 - \sqrt{10}) = 3$$

7. $(x+2)^2 - 5(x+2) + 6$, $x^2 + x - 2$ 의 공통인 인수는?

- ① x ② $x-1$ ③ $x+2$ ④ $x-3$ ⑤ $x+1$

해설

$x+2$ 를 A 라 하면

$$\begin{aligned}(x+2)^2 - 5(x+2) + 6 &= A^2 - 5A + 6 \\ &= (A-3)(A-2) \\ &= x(x-1)\end{aligned}$$

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$$

$\therefore$ 공통인 인수는 $x-1$

8. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

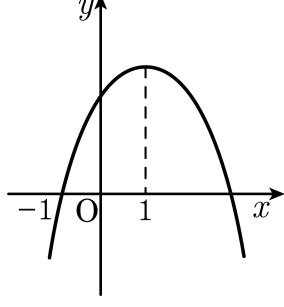
④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래피므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45 ② 20 ③ -5 ④ -20 ⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

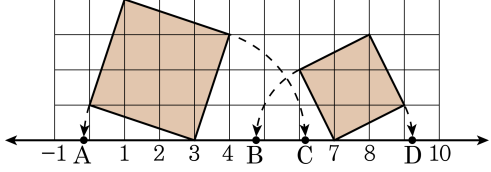
12. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

13. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

14. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
 ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4}$$

$$= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)}$$

$$= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16}$$

$$+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16}$$

$$= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 x , $x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8$, $b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

16. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면, 12km 를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▷ 정답 : 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을 $x\text{km/h}$ 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x - 4)(5x + 6) = 0$$

$$(x-4)(5x+6)=0$$

는 옳기기는 수렴이므로 양수이다

x 는 올라가는 속력

따라서 $x = 4$ 이
 $\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$

17. 0 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

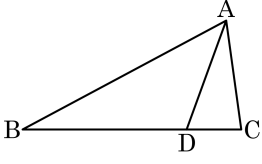
▶ 답 :

▷ 정답 : $816\sqrt{2}$

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로
 $(a-1)^2 = 2$ 에서 $a = \sqrt{2} + 1$
 $(b+1)^2 = 2$ 에서 $b = \sqrt{2} - 1$
따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로
 $a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$
 $a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$
 $\therefore a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$
 $= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2}$

18. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)
따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립
한다.
 $\overline{CD} = x$ 라 놓으면
 $2x : 8 = x : 2x$
 $4x^2 = 8x, x^2 - 2x = 0$
따라서 $x = 2$ 이다.

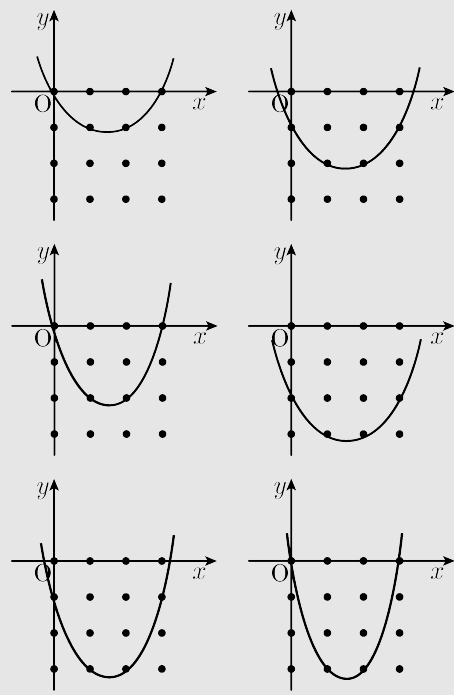
19. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$, $-\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x , y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고
 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0이다.
 포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6개를
 그릴 수 있다.



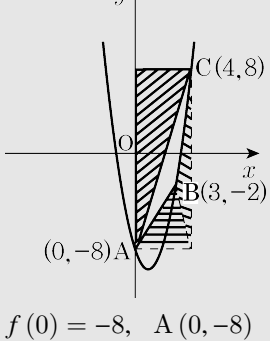
포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6개의 포물선을 그릴 수 있다.
따라서 구하는 포물선의 개수는 12개이다.

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(3, b)$, $C(4, 8)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 2(x - 1)^2 - 12 + 2 = 2(x - 1)^2 - 10$$


$f(0) = -8$, $A(0, -8)$
 $f(3) = -2$, $B(3, -2)$
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$4 \times 16 - \frac{1}{2}(4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16)$$
$$= 64 - 52 = 12$$