

1. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$

$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$

$$\therefore b < c < a$$

2. $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

3. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

① 890

② 892

③ 894

④ 896

⑤ 898

해설

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$$

$$30 - a = 28, a = 2$$

$$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$$

4. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭

이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.

㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$

㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로

$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

5. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$

② $a + 5b$

③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$

⑤ $5a - 5b$

해설

$$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$$

6. $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $-(a - \sqrt{10})$ 의 값은?

① $2\sqrt{10}$

② -3

③ 3

④ $-2\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{10}$

해설

$\sqrt{10} = 3.\times\times\times$ 이므로 정수 부분이 3 이고, 소수 부분은 $\sqrt{10} - 3$ 이 된다.

$$\therefore -(a - \sqrt{10}) = -(\sqrt{10} - 3 - \sqrt{10}) = 3$$

7. $(x+2)^2 - 5(x+2) + 6$, $x^2 + x - 2$ 의 공통인 인수는?

① x

② $x-1$

③ $x+2$

④ $x-3$

⑤ $x+1$

해설

$x+2$ 를 A 라 하면

$$\begin{aligned}(x+2)^2 - 5(x+2) + 6 &= A^2 - 5A + 6 \\ &= (A-3)(A-2) \\ &= x(x-1)\end{aligned}$$

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$$

$\therefore$ 공통인 인수는 $x-1$

8. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

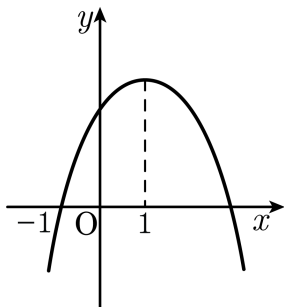
해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$

꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로

$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $ab < 0$

② $bc > 0$

③ $ac > 0$

④ $abc < 0$

⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45

② 20

③ -5

④ -20

⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

12. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때,
 $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

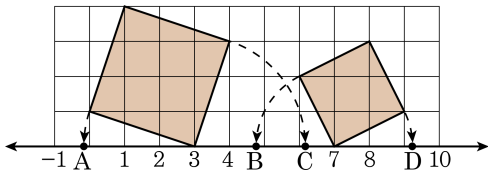
해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.

$$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$$

$\therefore$ 3개

13. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10

② 13

③ 17

④ 20

⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

14. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$$\therefore x = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

16. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면, 12km 를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$$

17. 0 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $816\sqrt{2}$

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로

$$(a-1)^2 = 2 \text{ 에서 } a = \sqrt{2} + 1$$

$$(b+1)^2 = 2 \text{ 에서 } b = \sqrt{2} - 1$$

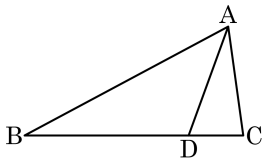
따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$$

$$\begin{aligned} \therefore a^8 - b^8 &= (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \\ &= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2} \end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립한다.

$\overline{CD} = x$ 라 놓으면

$$2x : 8 = x : 2x$$

$$4x^2 = 8x, x^2 - 2x = 0$$

따라서 $x = 2$ 이다.

19. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}, -\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

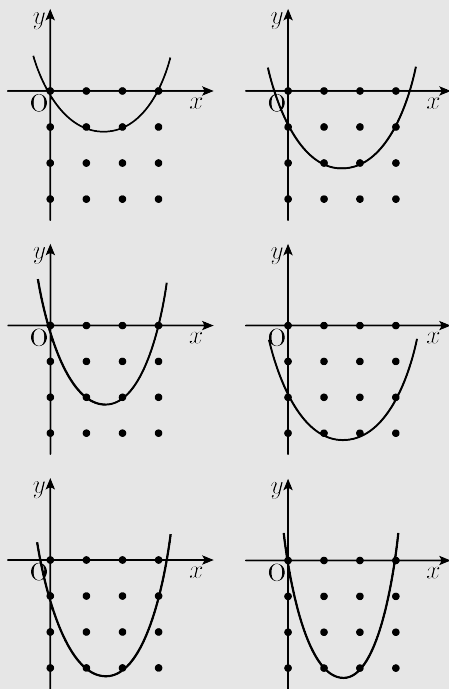
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0이다.

포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6 개를 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6 개의 포물선을 그릴 수 있다.

따라서 구하는 포물선의 개수는 12 개이다.

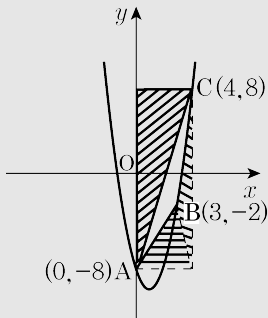
20. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 A (0, a), B (3, b), C (4, 8) 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 2(x-1)^2 - 12 + 2 = 2(x-1)^2 - 10$$



$$f(0) = -8, \quad A(0, -8)$$

$$f(3) = -2, \quad B(3, -2)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} & 4 \times 16 - \frac{1}{2} (4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16) \\ &= 64 - 52 = 12 \end{aligned}$$