

1. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$

II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$

III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$

IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$

∴ 옳지 않다.

II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

2. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x - 1$

② $-2x + 1$

③ 3

④ -3

⑤ $x + 1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

3. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$

II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$

III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$

IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$

∴ 옳지 않다.

II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

4. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

5. x 에 대한 삼차식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c\end{aligned}$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

6. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$ 의 값은?

① -12

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r}
 \overline{x-6} \\
 x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\
 \underline{-x^3+2x^2+x} \\
 -6x^2+(\alpha-1)x+b \\
 \underline{-6x^2-12x-6} \\
 (\alpha+11)x+b+6
 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a+11=0, b+6=7$

$$\therefore a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

해설

$$x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$$= (x+1)^2(x+k) + 7$$

$$= x^3 + (k+2)x^2 + (2k+1)x + k + 7$$

계수를 비교하면

$$k+2 = -4, 2k+1 = a, k+7 = b$$

$$k = -6 \text{ 이므로 } a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

7. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r}
 x^3 + ax^2 + 2x + b \\
 \underline{x^2 + x + 1 } \\
 x^3 + ax^2 + 2x + b \\
 \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \\
 (a-1)x^2 + x + b \\
 \underline{-(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\
 (2-a)x + b - a + 1
 \end{array}$$

$$2 - a = 2, \quad b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, \quad b = 0$$

8. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눈 나머지가 $3x + 4$ 이다. 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -10, b = 3$

② $a = 10, b = 3$

③ $a = -10, b = -3$

④ $a = 7, b = 3$

⑤ $a = -5, b = 4$

해설

몫을 $x + c$ 라고 둔다면

$$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + c) + 3x + 4$$

이차항의 계수 : $c + 4 = 0$ 에서 $c = -4$

상수항 : $bc + 4 = -8$ 에서 $b = 3$

일차항의 계수 : $4c + b + 3 = a$ 에서 $a = -10$

9. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때

$$(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$$

모든 모서리의 길이의 합이 176이므로

$$a + b + c = 44$$

따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

10. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$$

① $-\sqrt{3}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$\{(\sqrt{3} + 1)x - 2\}(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$$

11. 이차방정식 $\sqrt{3}x^2 - (\sqrt{3} + 3)x + 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은?

① $-\sqrt{3}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면

$$3x^2 - (3 + 3\sqrt{3})x + 3\sqrt{3} = 0$$

$$x^2 - (1 + 3)x + \sqrt{3} = 0$$

$$(x - 1)(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \sqrt{3}$$

$$\therefore a \times b = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.
- ② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.
- ③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.
- ④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

\therefore ② (두근의 차) = 4i

13. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1}$ 의 값은? (단, \bar{w} 는 w 의 켈레복소수이다.)

① $\frac{3}{5}$

② $\frac{7}{5}$

③ 1

④ $\frac{7}{10}$

⑤ $\frac{9}{10}$

해설

$$\bar{w} = 2 + i$$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1}$$

$$= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i}$$

$$= \frac{(2-i)(3+i) + (2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$

$$= \frac{14}{10}$$

$$= \frac{7}{5}$$

해설

$$\omega + \bar{\omega} = 4, \omega\bar{\omega} = 5$$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1} = \frac{2\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega}}{\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega} + 1}$$

$$= \frac{5 + 4 + 1}{7}$$

$$= \frac{7}{5}$$

14. 복소수 z 에 대하여 $3z + \bar{z}(1+i) = 3-i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값은?

- ① -3 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 4

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$3(a + bi) + (a - bi)(1 + i) = 3 - i$$

$$3a + 3bi + a + ai - bi + b = 3 - i$$

$$(4a + b) + (a + 2b)i = 3 - i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $4a + b = 3$, $a + 2b = -1$

$$\begin{cases} 4a + b = 3 & \dots \textcircled{㉠} \\ a + 2b = -1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서}$$

$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡}$ 을 하면 $7a = 7$,

$$\therefore a = 1$$

$a = 1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $b = -1$

따라서 $z = a + bi = 1 - i$ 이므로 $z\bar{z} = (1 - i)(1 + i) = 2$

15. $\overline{z - zi} = 1 - i$ 를 성립시키는 복소수 z 은?(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

① $-i$

② 0

③ i

④ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

⑤ $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$

해설

$$\begin{aligned}\overline{z - zi} &= \overline{z(1 - i)} \\ &= \bar{z} \cdot \overline{1 - i} \\ &= \bar{z}(1 + i)\end{aligned}$$

$$\bar{z}(1 + i) = (1 - i)$$

$$\therefore \bar{z} = \frac{1 - i}{1 + i} = \frac{(1 - i)^2}{(1 + i)(1 - i)} = -i$$

$$\therefore z = i$$

16. $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$

② 2

③ $2i$

④ 4

⑤ $2 + 3i$

해설

$$\alpha = 1 - i, \bar{\alpha} = 1 + i$$

$$\alpha + \bar{\alpha} = 2, \alpha\bar{\alpha} = 2$$

$$\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha} = \alpha\bar{\alpha}(\alpha + \bar{\alpha})$$

$$= 2 \cdot 2$$

$$= 4$$

17. 임의의 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 의 곱 $z\bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ 을 간단히 하면?

① $-y$

② $-x$

③ x

④ y

⑤ 0

해설

$$z\bar{z} = 1 \text{ 에서 } \frac{1}{z} = \bar{z} = x - yi$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) &= \frac{1}{2} \{ (x + yi) + (x - yi) \} \\ &= \frac{1}{2} \times 2x \\ &= x \end{aligned}$$

18. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켄레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 10

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\ &= \bar{\alpha}(\alpha + \beta) + \bar{\beta}(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\ &= (1 + i)(1 - i) \\ &= 2 \end{aligned}$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 에 두 근이 모두 음수가 되게 하는 실수 k 의 값의 범위를 정하면 ?

① $k \geq 3$

② $-\frac{3}{2} < k \leq -1$

③ $k < -\frac{3}{2}$

④ $\frac{3}{2} < k \leq 2$

⑤ $k < \frac{3}{2}$

해설

두 근이 모두 음수이면

① $D/4 \geq 0$ 에서 $k \leq -1, k \geq 3$

② 두 근의 합 $2k < 0, k < 0$

③ 두 근의 곱 $k > -\frac{3}{2}$

따라서 $-\frac{3}{2} < k \leq -1$

20. x 의 이차방정식 $x^2 + (a^2 - a - 12)x - a + 3 = 0$ (a 는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = -(a^2 - a - 12) = 0, \alpha\beta = -a + 3 < 0$$

$$\therefore a = 4$$

21. 이차방정식 $x^2 + (m + 1)x + (m + 4) = 0$ 의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m 의 범위는?

① $-5 < m \leq -3$

② $-4 < m \leq -3$

③ $-4 < m \leq -2$

④ $-4 < m \leq -1$

⑤ $-4 < m \leq 0$

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -(m + 1) \dots\dots\text{㉠}$$

$$\alpha\beta = m + 4 \dots\dots\text{㉡}$$

$\alpha > 0, \beta > 0$ 이므로 $D \geq 0, \alpha + \beta > 0, \alpha\beta > 0$

(i) $D \geq 0$

$$(m + 1)^2 - 4(m + 4) > 0$$

$$m^2 - 2m - 15 \geq 0$$

$$(m + 3)(m - 5) \geq 0$$

$$m \leq -3 \text{ 또는 } m \geq 5 \dots\text{㉢}$$

(ii) $\alpha + \beta > 0$

㉠에서 $-(m + 1) > 0 \therefore m < -1 \dots\text{㉣}$

(iii) $\alpha\beta > 0$

㉡에서 $m + 4 > 0 \therefore m > -4 \dots\text{㉤}$

\therefore ㉢, ㉣, ㉤에서

$$-4 < m \leq -3$$