1. $\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}$를 계산하면?

① $\sqrt{15}$ ② $-\sqrt{15}$ ③ $\sqrt{15}i$
④ $-\sqrt{15}i$ ⑤ -15

해설

$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{5}i=-\sqrt{15}$

2. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 m의 값의 합을 구하면?

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$
$D=(m+1)^2-4\cdot 1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$
$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$
$\therefore$ m의 값의 합은 $-3+5=2$

3. x에 대한 이차방정식 $2mx^2+(5m+2)x+4m+1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값은?

① $-\frac{3}{2},\ -2$　② $-\frac{7}{12},\ -\frac{1}{2}$　③ $-\frac{7}{2},\ 2$
④ $-\frac{2}{7},\ 2$　⑤ $\frac{2}{7},\ \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로
$D=(5m+2)^2-4\cdot 2m\cdot(4m+1)=0$
$25m^2+20m+4-32m^2-8m=0$
$7m^2-12m-4=0$
$(7m+2)(m-2)=0$
$\therefore m=-\frac{2}{7}$ 또는 2

4. x에 대한 이차방정식 $kx^2+2(k+1)x+k=0$이 중근을 가질 때 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$\frac{D}{4}=b'^2-ac=(k+1)^2-k^2=2k+1$에서

중근을 가질 조건이므로

$\frac{D}{4}=0$이어야 한다.

$2k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

5. $2x^3+9x^2+11x+7=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 x에 대한 항등식일 때, $a,\ b,\ c, d$를 차례로 구하면?

① 3, －1, 3, 2　　② 2, 3, －1, 3

③ −3, 1, －3, －2　　④ −2, －3, 1, －3

⑤ 1, －3, 4, －2

해설

조립제법을 이용하면

−1	2	9	11	7		
		−2	−7	−4		
−1	2	7	4	3	←	d
		−2	−5			
−1	2	5	−1	←	c	
		−2				
	2	3	← b			
	↑					
	a					

$a=2,\ b=3,\ c=-1,\ d=3$

6. x^3-4x^2+5x-3 을 $A(x-3)^3+B(x-3)^2+C(x-3)+D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20　② 40　③ -60　④ 120　⑤ -120

해설

x^3-4x^2+5x-3 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$\begin{array}{c|cccccc}
3 & 1 & -4 & 5 & -3 & & \\
 & & 3 & -3 & 6 & & \\
\hline
3 & 1 & -1 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow & \mathrm{d} \\
 & & 3 & 6 & & & \\
\hline
3 & 1 & 2 & \boxed{8} & \leftarrow & \mathrm{c} & \\
 & & 3 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{5} & \leftarrow \mathrm{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & & &
\end{array}$$

$\therefore\ ABCD=1\times5\times8\times3=120$

7. 임의의 실수 x에 대하여 $2x^3-5x+2=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 성립할 때, $a^2-b^2+c^2-d^2$ 의 값을 구하면?

① 56 ② 28 ③ −28 ④ −46 ⑤ −56

해설

a,b,c,d 는 $2x^2-5x+2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.
조립제법을 이용해 보면

−1	2	0	−5	2		
		−2	2	3		
−1	2	−2	−3	5	←	d
		−2	4			
−1	2	−4	1	←	c	
		−2				
−1	2	−6	← b			
	↑					
	a					

$\therefore a^2-b^2+c^2-d^2=2^2-(-6)^2+1^2-5^2=-56$

8. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 값을 정하면?

① $a = 3\ b = 7$, $c = -4$, $d = 4$

② $a = 3\ b = 9$, $c = 8$, $d = 4$

③ $a = 2\ b = 9$, $c = 6$, $d = 4$

④ $a = 1\ b = 3$, $c = 8$, $d = 4$

⑤ $a = 2\ b = -9$, $c = 6$, $d = 4$

해설

1	3	0	−1	2		
		3	3	2		
1	3	3	2	4	←	d
		3	6			
1	3	6	8	←	c	
		3				
	3	9	← b			
	↑					
	a					

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ a = 3$, $b = 9$, $c = 8$, $d = 4$

(ii) x 대신 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 를 대입하면,

$x = 0$ 대입 : $2 = -a + b - c + d \cdots$①

$x = -1$ 대입 : $0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots$②

$x = 1$ 대입 : $4 = d\ \ \cdots\cdots$③

$x = 2$ 대입 : $24 = a + b + c + d \cdots$④

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

9. x 에 관한 항등식 $x^3+2x^2-3x+5=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$ 를 만족시키는 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 $abcd$ 의 값은?

① -10　② 10　③ 50　④ 100　⑤ 200

해설

$a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$
$=(x-1)\{a(x-1)^2+b(x-1)+c\}+d$
$=(x-1)[(x-1)\{a(x-1)+b\}+c]+d$
따라서 x^3+2x^2-3x+5 를 $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 $d,\ c,\ b$ 가 되고 마지막의 몫이 a 이다.

$a=1,\ b=5,\ c=4,\ d=5$
$\therefore\ abcd=100$

10. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.
$D' = 1^2-(k-3)>0$
$\therefore\ k<4$
$\therefore$ 최댓값은 3 ($\because\ k$는 정수)

11. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

12. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \geq 0$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-2 < a < 0$
④ $a \geq -\frac{1}{3}$ ⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$

$a^2+6a+9-a^2-7 \geq 0$

$6a+2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$

13. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

14. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot 1\cdot(k-1)\geq 0$

$9+4k-4\geq 0,\ 4k\geq -5$

$\therefore\ k\geq -\frac{5}{4}$

15. 이차방정식 $x^2+2x+2-a=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a<1$ ② $a \geq 1$ ③ $-1<a<1$
④ $a>1$ ⑤ $a \geq -1$

해설

$x^2+2x+2-a=0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D>0$ 이어야 한다.
$\frac{D}{4}=1-(2-a)>0$
$1-2+a>0$
$\therefore\ a>1$

16. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x+\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5　② -2　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$x+\frac{1}{x}=t$ 라 하고,
양변에 x 를 곱하면
$x^2+1=tx$
$x^2-tx+1=0$ 에서 x 는 실수이므로
$D=t^2-4 \geq 0$　$\therefore t^2 \geq 4,\ t \leq -2$ 또는 $t \geq 2$

17. 이차방정식 $ax^2+4x-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a>-2$ ② $-2<a<0,\ a>0$

③ $-2<a<0$ ④ $a>2$

⑤ $a<0,\ 0<a<2$

해설

$ax^2+4x-2=0$에서

(ⅰ) 이차방정식이므로 x^2의 계수는 $a\neq 0$이어야 한다.

(ⅱ) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=2^2-(-2a)>0,\ 2a+4>0$

$\therefore a>-2$

따라서 실수 a값의 범위는

$-2<a<0$ 또는 $a>0$

18. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은 -6이다.

해설

$ax^2+bx+c=0$에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차)$=4i$

19. 이차방정식 $ix^2+(2+i)x-i(1+i)=0$의 두 근의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-1-2i$ ② $1-i$ ③ $-1+i$
④ $-1+2i$ ⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면
$-x^2+(2i-1)x-i(i-1)=0$
$x^2-(2i-1)x+i(i-1)=0$
$(x-i)(x+1-i)=0$
$\therefore x=i$ 또는 $x=-1+i$
두 근의 합은 $-1+2i$

20. 이차방정식 $f(x)=0$의 두근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=6$이 성립한다. 이 때, 방정식 $f(5x-7)=0$의 두 근의 합은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0(a\neq 0)$에서

$f(5x-7)=a(5x-7-\alpha)(5x-7-\beta)=0$

$\therefore\ 5x=7+\alpha,\ 7+\beta$

$\therefore\ x=\dfrac{7+\alpha}{5},\ \dfrac{7+\beta}{5}$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$\dfrac{14+\alpha+\beta}{5}=\dfrac{20}{5}=4$

21. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\overline{i-2}=i+2$ ② $\overline{2i}=-2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i}=\sqrt{2}-i$ ④ $\overline{1+\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i}=3+2i$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.
실수의 켤레복소수는 자기자신이다.
① $\overline{i-2}=-i-2$

22. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1} + \dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$ ② $\dfrac{7}{5}$ ③ 1 ④ $\dfrac{7}{10}$ ⑤ $\dfrac{9}{10}$

해설

$\overline{w} = 2 + i$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$$
$$= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i}$$
$$= \frac{(2-i)(3+i)+(2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$$
$$= \frac{14}{10}$$
$$= \frac{7}{5}$$

해설

$\omega + \overline{\omega} = 4, \omega\overline{\omega} = 5$

$$\frac{w}{w+1} + \frac{\overline{w}}{\overline{w}+1} = \frac{2\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega}}{\omega\overline{\omega} + \omega + \overline{\omega} + 1}$$
$$= \frac{10+4}{5+4+1}$$
$$= \frac{7}{5}$$

23. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 10　　⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1 - i)(-1 + i)$
$= 2$

24. 다음 x의 이차방정식의 두 실근의 절댓값이 같고, 부호가 다르게 실수 m의 값을 정하면?

$$3(x-1)(x-m)-x(7-m^2)=18-m^2$$

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호가 다를 조건은
$\alpha+\beta=0,\ \alpha\beta<0$
준식을 x에 관해서 정리하면,
$3x^2+(m^2-3m-10)x+m^2+3m-18=0$
따라서, $\alpha+\beta=\dfrac{-(m^2-3m-10)}{3}=0,$
즉 $m^2-3m-10=0$
$(m-5)(m+2)=0\quad\therefore\ m=5,\ -2\ \cdots\cdots$ ㉠
$\alpha\beta=\dfrac{m^2+3m-18}{3}<0,\ m^2+3m-18<0$
$(m-3)(m+6)<0\quad\therefore\ -6<m<3\ \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통범위에 의해 $m=-2$

25. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은? (단, a, b, c는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$이다.

② 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β, $D=b^2-4ac$라고 하면 $(\alpha-\beta)^2=\dfrac{D}{a^2}$이다.

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab<0$이다.

④ 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2+(a-2c)x+b-ac$도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$(단, $a\neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac<0$이다.

26. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+(m+4)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 범위는?

① $-5<m\le -3$　② $-4<m\le -3$　③ $-4<m\le -2$
④ $-4<m\le -1$　⑤ $-4<m\le 0$

해설

두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-(m+1)$ ⋯⋯㉠
$\alpha\beta=m+4$ ⋯⋯㉡
$\alpha>0,\ \beta>0$이므로 $D\ge 0,\ \alpha+\beta>0,\ \alpha\beta>0$
(i) $D\ge 0$
$(m+1)^2-4(m+4)>0$
$m^2-2m-15\ge 0$
$(m+3)(m-5)\ge 0$
$m\le -3$ 또는 $m\ge 5$ ⋯㉢
(ii) $\alpha+\beta>0$
㉠에서 $-(m+1)>0$ $\therefore m<-1$ ⋯㉣
(iii) $\alpha\beta>0$
㉡에서 $m+4>0 \therefore m>-4$ ⋯㉤
∴㉢, ㉣, ㉤에서
$-4<m\le -3$

27. 이차방정식 $(2-k)x^2+2kx+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖는 실수 k의 값의 범위는?

① $k<-2,\ k>1$ ② $k<-2$ ③ $k>0$
④ $k>2$ ⑤ $k<2$

해설

서로 다른 부호의 실근을 갖기 위한 조건은

$\alpha\beta<0$이므로 $\dfrac{1}{2-k}<0$

$\therefore\ 2-k<0$

$\therefore\ 2<k$

28. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $a<0$, $b>0$, $c<0$, $b^2-4ac>0$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 두 근은 모두 양이고 서로 다르다.

② 두 근은 모두 음이고 서로 다르다.

③ 양근 하나, 음근 하나를 가진다.

④ 양근, 음근, 0 을 가리지 않고 가질 수 있다.

⑤ 두 근은 서로 다른 부호이고, 양근이 음근의 절대값보다 크다.

해설

$b^2-4ac>0$이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
두 실근을 α, β라 하면
$a<0$, $b>0$, $c<0$이므로
$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}>0$
$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}>0$
$\therefore\ \alpha>0,\ \beta>0$

29. x에 관한 이차방정식 $x^2-k(k+3)x+k^2-1=0$의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k의 조건은?

① $-1<k\le 1$　② $-1<k<1$　③ $0<k\le 2$
④ $-1\le k\le 0$　⑤ $-1\le k\le 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
$\alpha\beta=k^2-1<0,\ (k+1)(k-1)<0$
$\therefore\ -1<k<1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
$\alpha+\beta=k(k+3)>0 \quad \therefore\ k>0,\ k<-3$
$\alpha\beta=k^2-1=0 \quad \therefore\ k=\pm 1$
따라서, $k=1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1<k\le 1$