1. $\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}$를 계산하면?

① $\sqrt{15}$　② $-\sqrt{15}$　③ $\sqrt{15}i$
④ $-\sqrt{15}i$　⑤ -15

해설
$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{5}i=-\sqrt{15}$

2. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$이 중근을 가지도록 하는 상수 k의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$

$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$

$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore \ k = -1$

3. 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가질 때, 실수 k의 값은?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot k=0$

$\therefore\ k=9$

4. x에 대한 이차방정식 $2mx^2+(5m+2)x+4m+1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값은?

① $-\frac{3}{2}, \ -2$ ② $-\frac{7}{12}, \ -\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}, \ 2$
④ $-\frac{2}{7}, \ 2$ ⑤ $\frac{2}{7}, \ \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$D=(5m+2)^2-4\cdot 2m\cdot(4m+1)=0$

$25m^2+20m+4-32m^2-8m=0$

$7m^2-12m-4=0$

$(7m+2)(m-2)=0$

$\therefore m=-\frac{2}{7}$ 또는 2

5. x^3-4x^2+5x-3 을 $A(x-3)^3+B(x-3)^2+C(x-3)+D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

x^3-4x^2+5x-3 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$
\begin{array}{r|rrrrll}
3 & 1 & -4 & 5 & -3 & & \\
 & & 3 & -3 & 6 & & \\
\hline
3 & 1 & -1 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow & \mathrm{d} \\
 & & 3 & 6 & & & \\
\hline
3 & 1 & 2 & \boxed{8} & \leftarrow & \mathrm{c} & \\
 & & 3 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{5} & \leftarrow \mathrm{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ ABCD=1\times5\times8\times3=120$

6. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 값을 정하면?

① $a = 3\ b = 7$, $c = -4$, $d = 4$

② $a = 3\ b = 9$, $c = 8$, $d = 4$

③ $a = 2\ b = 9$, $c = 6$, $d = 4$

④ $a = 1\ b = 3$, $c = 8$, $d = 4$

⑤ $a = 2\ b = -9$, $c = 6$, $d = 4$

해설

1	3	0	−1	2		
		3	3	2		
1	3	3	2	4	←	d
		3	6			
1	3	6	8	←	c	
		3				
	3	9	← b			
	↑					
	a					

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ a = 3$, $b = 9$, $c = 8$, $d = 4$

(ii) x 대신 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 를 대입하면,

$x = 0$ 대입 : $2 = -a + b - c + d \cdots$ ①

$x = -1$ 대입 : $0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots$ ②

$x = 1$ 대입 : $4 = d$ $\cdots\cdots$ ③

$x = 2$ 대입 : $24 = a + b + c + d \cdots$ ④

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

7. 임의의 실수 x에 대하여 $2x^3-5x+2 = a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 성립할 때, $a^2-b^2+c^2-d^2$ 의 값을 구하면?

① 56　② 28　③ −28　④ −46　⑤ −56

해설

a, b, c, d 는 $2x^2-5x+2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.
조립제법을 이용해 보면

$$\begin{array}{r|rrrrll}
-1 & 2 & 0 & -5 & 2 & & \\
 & & -2 & 2 & 3 & & \\
\hline
-1 & 2 & -2 & -3 & \boxed{5} & \leftarrow & \mathrm{d} \\
 & & -2 & 4 & & & \\
\hline
-1 & 2 & -4 & \boxed{1} & \leftarrow & \mathrm{c} & \\
 & & -2 & & & & \\
\hline
-1 & 2 & \boxed{-6} & \leftarrow \mathrm{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & & &
\end{array}$$

$\therefore a^2-b^2+c^2-d^2 = 2^2-(-6)^2+1^2-5^2 = -56$

8. $2x^3+9x^2+11x+7=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 x에 대한 항등식일 때, $a,\ b,\ c, d$를 차례로 구하면?

① 3, -1, 3, 2 ② 2, 3, -1, 3

③ -3, 1, -3, -2 ④ -2, -3, 1, -3

⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

$$
\begin{array}{r|rrrrll}
-1 & 2 & 9 & 11 & 7 & & \\
 & & -2 & -7 & -4 & & \\
\hline
-1 & 2 & 7 & 4 & \boxed{3} & \leftarrow & \mathrm{d} \\
 & & -2 & -5 & & & \\
\hline
-1 & 2 & 5 & \boxed{-1} & \leftarrow & \mathrm{c} & \\
 & & -2 & & & & \\
\hline
 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow \mathrm{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & & &
\end{array}
$$

$a=2,\ b=3,\ c=-1,\ d=3$

9. x 에 관한 항등식 $x^3+2x^2-3x+5=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$ 를 만족시키는 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 $abcd$ 의 값은?

① -10　② 10　③ 50　④ 100　⑤ 200

해설

$a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$
$=(x-1)\{a(x-1)^2+b(x-1)+c\}+d$
$=(x-1)[(x-1)\{a(x-1)+b\}+c]+d$
따라서 x^3+2x^2-3x+5 를 $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 $d,\ c,\ b$ 가 되고 마지막의 몫이 a 이다.

$a=1,\ b=5,\ c=4,\ d=5$
$\therefore\ abcd=100$

10. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2-x-1=0$	㉡ $x^2+x+\frac{1}{4}=0$
㉢ $2x^2-\sqrt{3}x+2=0$	㉣ $x^2-x+2=0$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D=(-1)^2-4\cdot3(-1)=13>0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D=1^2-4\cdot1\cdot\frac{1}{4}=0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D=(\sqrt{3})^2-4\cdot2\cdot2=-13<0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot2=-7<0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

11. 이차방정식 $x^2+2x+2-a=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a<1$ ② $a\ge 1$ ③ $-1<a<1$
④ $a>1$ ⑤ $a\ge -1$

해설
$x^2+2x+2-a=0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D>0$ 이어야 한다.
$\frac{D}{4}=1-(2-a)>0$
$1-2+a>0$
$\therefore\ a>1$

12. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 <u>서로 다른</u> 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$D' = 1^2 - (k-3) > 0$

$\therefore\ k < 4$

$\therefore$ 최댓값은 3 ($\because\ k$는 정수)

13. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot 1\cdot (k-1)\geq 0$

$9+4k-4\geq 0,\ 4k\geq -5$

$\therefore\ k\geq -\frac{5}{4}$

14. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

15. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0,\ a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0,\ 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$에서

(i) 이차방정식이므로 x^2의 계수는 $a \neq 0$이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0,\ 2a + 4 > 0$$

$\therefore a > -2$

따라서 실수 a값의 범위는

$-2 < a < 0$ 또는 $a > 0$

16. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \geq 0$　　② $-1 < a < 0$　　③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$　　⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$

$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$

$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$

17. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x+\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x+\frac{1}{x}=t$ 라 하고,
양변에 x 를 곱하면
$x^2+1=tx$
$x^2-tx+1=0$ 에서 x 는 실수이므로
$D=t^2-4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4,\ t \leq -2$ 또는 $t \geq 2$

18. x에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3}+1)x^2+(\sqrt{3}+1)x-2\sqrt{3}=0$$

① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$\{(\sqrt{3}+1)x-2\}(x+\sqrt{3})=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\sqrt{3}-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

$\therefore\ \sqrt{3}-1+(-\sqrt{3})=-1$

19. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은 -6이다.

해설

$ax^2+bx+c=0$에서

두근의 합 : $-\dfrac{b}{a}$

두근의 곱 : $\dfrac{c}{a}$

두근의 차 : $\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차)$=4i$

20. x에 대한 다음 방정식의 두 근의 곱은?

$$2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　② -1　③ $-\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면
$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1) = 0$

$\therefore\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

21. 임의의 실수 $x,\ y$ 에 대하여 복소수 $z=x+yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z}=x-yi$ 의 곱 $z\bar{z}=1$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$ 을 간단히 하면?

① $-y$ ② $-x$ ③ x ④ y ⑤ 0

해설

$z\bar{z}=1$ 에서 $\frac{1}{z}=\bar{z}=x-yi$

$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)&=\frac{1}{2}\{(x+yi)+(x-yi)\}\\&=\frac{1}{2}\times 2x\\&=x\end{aligned}$$

22. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \overline{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2　　② -1　　③ 1　　④ $\frac{1}{2}$　　⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(a+bi)(1-i)+1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a+b+1) - (a-b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$a + b + 1 = a$, $\therefore$ $b + 1 = 0$ 이므로 $b = -1$

$a - b = b$ 이므로 $a + 1 = -1$ 에서 $a = -2$

따라서 w 의 실수부분은 -2

23. $\alpha = -2+i$, $\beta = 1-2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 10　　⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1-i)(-1+i)$
$= 2$

24. 이차방정식 $-x^2 + 4x + a = 0$의 두 근이 모두 양수이기 위한 a의 최대정수를 m, 이차방정식 $x^2 + 2(x+1) + k^2 - 9 = 0$의 두 근이 서로 다른 부호이기 위한 k의 최소 정수를 n이라 할 때, $m+n$의 값은?

① -8 ② -7 ③ -3 ④ -1 ⑤ 3

해설

(ⅰ) $-x^2 + 4x + a = 0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha + \beta = 4$

$\alpha\beta = -a > 0$에서 $a < 0$

$\frac{D}{4} = 4 + a \ge 0$에서 $a \ge -4$

$\therefore\ -4 \le a < 0$

최대정수 $m = -1$

(ⅱ) $x^2 + 2x + k^2 - 7 = 0$

두 근의 곱 $k^2 - 7 < 0$

$\therefore\ -\sqrt{7} < k < \sqrt{7}$

최소의 정수 $n = -2$

$\therefore\ m + n = -3$

25. 이차방정식 $x^2+2(k-1)x+3-k=0$의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 상수 k의 범위는?

① $k \le -1,\ k \ge 2$
② $k \le -1$
③ $2 \le k < 3$
④ $1 < k < 3$
⑤ $k \le -1,\ 2 \le k < 3$

해설

㉠ 두 근이 실수가 되어야 하므로 $\frac{D}{4} \ge 0$

$\frac{D}{4} = (k-1)^2-(3-k) = k^2-k-2 \ge 0$

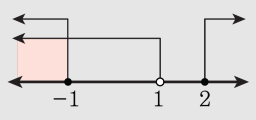
$(k-2)(k+1) \ge 0$

$\therefore\ k \le -1, k \ge 2 \cdots$ ㉮

㉡ 둘 다 양수이려면 합 > 0 이고, 곱 > 0

$-2(k-1) > 0,\ 3-k > 0 \cdots$ ㉯

$\therefore\ k < 1$

$\Rightarrow$ 

$\therefore\ k \le -1$

26. 이차방정식 $(2-k)x^2+2kx+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖는 실수 k의 값의 범위는?

① $k<-2,\ k>1$　② $k<-2$　③ $k>0$
④ $k>2$　⑤ $k<2$

해설

서로 다른 부호의 실근을 갖기 위한 조건은

$\alpha\beta<0$이므로 $\dfrac{1}{2-k}<0$

$\therefore\ 2-k<0$

$\therefore\ 2<k$

27. x에 대한 이차방정식 $x^2-(k^2-3k-4)x+2-k=0$의 두 실근을 α, β라 할 때, α는 양수이고 β는 음수이다. β의 절댓값이 α의 절댓값보다 클 때, 정수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 근의 합) $= k^2-3k-4=(k-4)(k+1)<0$
$-1<k<4$
(두 근의 곱) $=2-k<0$에서 $k>2$
$\therefore 2<k<4$

28. x에 대한 이차방정식 $x^2-(k-3)x+k+2=0$의 두 근이 모두 양수일 때 실수 k의 값의 범위는?

① $k \geq -5-2\sqrt{6}$　② $k \geq -5+2\sqrt{6}$　③ $k \geq -5+\sqrt{6}$
④ $k \geq 5+\sqrt{6}$　⑤ $k \geq 5+2\sqrt{6}$

해설

$x^2-(k-3)x+k+2=0$에서
$D=(k-3)^2-4(k+2)$
$=k^2-6k+9-4k-8$
$=k^2-10k+1 \geq 0$
$\therefore k \leq 5-2\sqrt{6}$ 또는 $k \geq 5+2\sqrt{6}$
두 근의 합 $k-3>0$이므로 $k>3$
두 근의 곱 $k+2>0$이므로 $k>-2$
따라서 $k \geq 5+2\sqrt{6}$

29. x에 대한 이차방정식 $x^2+(m+3)x+(m+6)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 값의 범위에 속하는 정수를 구하면 ?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

(i) (두근의 합) $-m-3>0$
$m<-3$
(ii) (두근의 곱) $m+6>0$
$m>-6$
(iii) $D=(m+3)^2-4(m+6)\geq 0$
$m^2+2m-15\geq 0$
$(m-3)(m+5)\geq 0$
$m\leq -5$ 또는 $m\geq 3$
(i), (ii), (iii) 에서 $-6<m\leq -5$
$\therefore m=-5$