1. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 한 근이 $1 + i$ 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 + i$ 이므로,
켤레근 $1 - i$ 도 식의 근.
$(1 + i) + (1 - i) = -a$
$\therefore\ a = -2$

2. 다항식 $4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 r 의 값은?

① 1.2 ② 1.5 ③ 1.8 ④ 2.1 ⑤ 2.4

해설

$f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2} \cdots ①$

$f(x) = (x-r)^2(4x-\alpha)$

$= (x^2 - 2rx + r^2)(4x - \alpha)$

$= 4x^3 - (\alpha + 8r)x^2 + (4r^2 + 2r\alpha)x - r^2\alpha$

①과 계수비교를 하면

$\alpha + 8r = 2 \cdots ㉠,\ 4r^2 + 2r\alpha = -21 \cdots ㉡$

㉠에서 $\alpha = 2 - 8r$,

㉡에 대입하면

$4r^2 + 2r(2-8r) = -21$

$12r^2 - 4r - 21 = 0\ ,\ (2r-3)(6r+7) = 0$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}\ \ (\because\ r > 0)$

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$f(x)=(x^2-1)(x+a)+r$ (a, r는 상수)라 하면
$f(x)=x^3+ax^2-x-a+r$
$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

4. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 a, b의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$　② $a=1,\ b=3$

③ $a=3,\ b=-1$　④ $a=-3,\ b=-1$

⑤ $a=3,\ b=1$

해설

x^3+ax^2+bx+3
$=(x^2+1)(x+c)$
$=x^3+cx^2+x+c$
$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$
따라서 $a=3,\ b=1$

5. x에 대한 삼차식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 a, b의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$　② $a=1,\ b=3$

③ $a=3,\ b=-1$　④ $a=-3,\ b=-1$

⑤ $a=3,\ b=1$

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+c)$
$=x^3+cx^2+x+c$

$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$
$\therefore\ a=3,\ b=1$

6. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$가 $x^2 + 2$로 나누어 떨어질 때, $3a + b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$
$= (x^2 + 2)(x - \alpha)$ 라 놓을 수 있다.
$x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha = x^3 - 4x^2 + ax + b$
$\therefore \ \alpha = 4, \ \ a = 2, \ \ b = -8$
$\therefore \ 3a + b = -2$

7. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+k)$라 할 수 있다.
여기에서 상수항을 비교하면 $k=3$
$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+3)$
$=x^3+3x^2+x+3$
$\therefore\ a=3,\ b=1$이므로 $a+b=4$

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)Q(x)$
$x^2=-1$을 대입하면
$-x-a+bx+3=0,\ (b-1)x+(3-a)=0$
x에 대한 항등식이므로
$a=3,\ b=1$
$\therefore\ a+b=4$

8. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x+\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x+\frac{1}{x}=t$ 라 하고,
양변에 x 를 곱하면
$x^2+1=tx$
$x^2-tx+1=0$ 에서 x 는 실수이므로
$D=t^2-4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2$ 또는 $t \geq 2$

9. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

10. 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.
$D' = 1^2 - (k-3) > 0$
$\therefore\ k < 4$
∴최댓값은 3 ($\because$ k는 정수)

11. x에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3}+1)x^2+(\sqrt{3}+1)x-2\sqrt{3}=0$$

① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$\{(\sqrt{3}+1)x-2\}(x+\sqrt{3})=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\sqrt{3}-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}$

$\therefore\ \sqrt{3}-1+(-\sqrt{3})=-1$

12. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a=2+3$, $a=-5$

$b=2\cdot 3=6$

$\therefore\ -5x^2+6x+3=0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

13. 이차방정식 $f(x)=0$의 두근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=6$이 성립한다. 이 때, 방정식 $f(5x-7)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0(a\neq 0)$에서

$f(5x-7)=a(5x-7-\alpha)(5x-7-\beta)=0$

$\therefore\ 5x=7+\alpha,\ 7+\beta$

$\therefore\ x=\dfrac{7+\alpha}{5},\ \dfrac{7+\beta}{5}$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$\dfrac{14+\alpha+\beta}{5}=\dfrac{20}{5}=4$

14. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하고 판별식을 D라고 할 때 $|\alpha-\beta|$는 다음 중 어느 것과 같은가 ?

① $\dfrac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\dfrac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\dfrac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\dfrac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\dfrac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,

즉 $\alpha=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, $\beta=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ (단, $D=b^2-4ac$)

$\therefore |\alpha-\beta|=\left|\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}-\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}\right|$

$=\left|\dfrac{-b+\sqrt{D}+b+\sqrt{D}}{2a}\right|$

$=\left|\dfrac{2\sqrt{D}}{2a}\right|=\dfrac{\sqrt{D}}{|a|}$

15. 이차방정식 $ix^2+(2+i)x-i(1+i)=0$의 두 근의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-1-2i$　② $1-i$　③ $-1+i$

④ $-1+2i$　⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면
$-x^2+(2i-1)x-i(i-1)=0$
$x^2-(2i-1)x+i(i-1)=0$
$(x-i)(x+1-i)=0$
$\therefore x=i$ 또는 $x=-1+i$
두 근의 합은 $-1+2i$

16. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은 -6이다.

해설

$ax^2+bx+c=0$에서

두근의 합 : $-\dfrac{b}{a}$

두근의 곱 : $\dfrac{c}{a}$

두근의 차 : $\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차)$=4i$

17. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-(b-c)^2 = -a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2 = 2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2 = b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

18. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형

③ 정삼각형　④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 에서 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$ 이고,

a, b, c 는 실수이므로, $a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

19. 두 복소수 x, y 에 대하여 $x+y=2+3i$ 라 할 때, $x\bar{x}+x\bar{y}+\bar{x}y+y\bar{y}$ 의 값은?

① 13　② $11+2i$　③ 12

④ $12-i$　⑤ 11

해설

$x+y=2+3i$, $\bar{x}+\bar{y}=2-3i$

$x\bar{x}+x\bar{y}+\bar{x}y+y\bar{y}$

$=x(\bar{x}+\bar{y})+y(\bar{x}+\bar{y}))$

$=(x+y)(\bar{x}+\bar{y})$

$=(2+3i)(2-3i)$

$=13$

20. $\alpha = 1+i$ 일 때, $\overline{\left(\dfrac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{i}{3}$ ② i ③ $-i$ ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$\alpha = 1+i$, $\bar{\alpha} = 1-i$ 를 대입하면

$$\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)} = \overline{\left\{\frac{1-(1+i)}{(1+i)(1-i)+1}\right\}} = \overline{\left(\frac{-i}{3}\right)} = \frac{i}{3}$$

21. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{\bar{z}-1}{z} - \dfrac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$\bar{z} = 1 - i$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1+i} - \frac{i}{1-i} \\ &= -\frac{2i}{(1+i)(1-i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+(m+4)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 범위는?

① $-5<m\le -3$ ② $-4<m\le -3$ ③ $-4<m\le -2$
④ $-4<m\le -1$ ⑤ $-4<m\le 0$

해설

두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-(m+1)$ ……㉠
$\alpha\beta=m+4$ ……㉡
$\alpha>0$, $\beta>0$이므로 $D\ge 0$, $\alpha+\beta>0$, $\alpha\beta>0$
(i) $D\ge 0$
$(m+1)^2-4(m+4)>0$
$m^2-2m-15\ge 0$
$(m+3)(m-5)\ge 0$
$m\le -3$ 또는 $m\ge 5$ …㉢
(ii) $\alpha+\beta>0$
㉠에서 $-(m+1)>0$ $\therefore m<-1$ …㉣
(iii) $\alpha\beta>0$
㉡에서 $m+4>0 \therefore m>-4$ …㉤
$\therefore$㉢, ㉣, ㉤에서
$-4<m\le -3$

23. 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 - 2k - 3 = 0$의 두 근이 모두 음수 일 때, k의 범위를 구하면?

① $-\frac{3}{2} \le k < -1$ ② $-\frac{3}{2} < k < 0$

③ $-1 < k < 0$ ④ $-1 < k < 3$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 3$

해설

(i) 판별식이 0보다 크거나 같다.

$D' = k^2 - (k^2 - 2k - 3) \ge 0$에서

$k \ge -\frac{3}{2}$

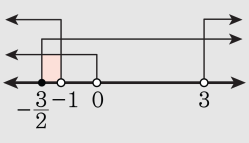
(ii) 두 근의 곱은 0보다 크다.

$k^2 - 2k - 3 > 0$에서 $(k+1)(k-3) > 0$

$\therefore k < -1$ 또는 $k > 3$

(iii) 두 근의 합이 0보다 작다.

$2k < 0 \therefore k < 0$



공통범위를 구하면, $-\frac{3}{2} \le k < -1$

24. 이차방정식 $-x^2+4x+a=0$의 두 근이 모두 양수이기 위한 a의 최대정수를 m, 이차방정식 $x^2+2(x+1)+k^2-9=0$의 두 근이 서로 다른 부호이기 위한 k의 최소 정수를 n이라 할 때, $m+n$의 값은?

① -8 ② -7 ③ -3 ④ -1 ⑤ 3

해설

(i) $-x^2+4x+a=0$의 두 근을 α,β라 하면

$\alpha+\beta=4$

$\alpha\beta=-a>0$에서 $a<0$

$\frac{D}{4}=4+a\geq 0$에서 $a\geq -4$

$\therefore\ -4\leq a<0$

최대정수 $m=-1$

(ii) $x^2+2x+k^2-7=0$

두 근의 곱 $k^2-7<0$

$\therefore\ -\sqrt{7}<k<\sqrt{7}$

최소의 정수 $n=-2$

$\therefore\ m+n=-3$

25. 이차방정식 $x^2+2(k-1)x+3-k=0$의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 상수 k의 범위는?

① $k \le -1,\ k \ge 2$　　② $k \le -1$

③ $2 \le k < 3$　　④ $1 < k < 3$

⑤ $k \le -1,\ 2 \le k < 3$

해설

㉠ 두 근이 실수가 되어야 하므로 $\frac{D}{4} \ge 0$

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) = k^2 - k - 2 \ge 0$

$(k-2)(k+1) \ge 0$

$\therefore\ k \le -1, k \ge 2 \cdots$ ㉮

㉡ 둘 다 양수이려면 합 > 0 이고, 곱 > 0

$-2(k-1) > 0,\ 3-k > 0 \cdots$ ㉯

$\therefore\ k < 1$

$\Rightarrow$

$\therefore\ k \le -1$

26. x에 대한 이차방정식 $x^2-(k-3)x+k+2=0$의 두 근이 모두 양수일 때 실수 k의 값의 범위는?

① $k \geq -5-2\sqrt{6}$ ② $k \geq -5+2\sqrt{6}$ ③ $k \geq -5+\sqrt{6}$

④ $k \geq 5+\sqrt{6}$ ⑤ $k \geq 5+2\sqrt{6}$

해설

$x^2-(k-3)x+k+2=0$에서

$D=(k-3)^2-4(k+2)$

$=k^2-6k+9-4k-8$

$=k^2-10k+1 \geq 0$

$\therefore k \leq 5-2\sqrt{6}$ 또는 $k \geq 5+2\sqrt{6}$

두 근의 합 $k-3>0$이므로 $k>3$

두 근의 곱 $k+2>0$이므로 $k>-2$

따라서 $k \geq 5+2\sqrt{6}$

27. 이차방정식 $x^2+2(k-11)x-k+3=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절댓값보다 크기 위한 정수 k의 개수는?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

두 근을 α, β라 할 때,

$\alpha\beta=-k+3<0$, $\alpha+\beta=-2(k-11)>0$

$\therefore\ 3<k<11$

28. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$의 두 근이 모두 1보다 크다. 이 때, 실수 a의 값의 범위를 정하면?

① $2 \le a < \frac{5}{2}$ ② $2 \le a \le \frac{5}{2}$ ③ $2 < a < \frac{5}{2}$

④ $2 \le a < 3$ ⑤ $2 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$라고 하면

(i) $f(1) > 0 \Rightarrow a < \frac{5}{2}$

(ii) 두근을 가지므로

$\frac{D}{4} = a^2 - 4 \ge 0$

$a \le -2$ 또는 $a \ge 2$

(iii) 그래프의 축이 $x = 1$의 오른쪽에 있어야하므로

$a > 1$

(i), (ii), (iii)에 의해 $2 \le a < \frac{5}{2}$

29. 이차방정식 $(2-k)x^2+2kx+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 범위를 구하면?

① $k \le 2$ ② $k > -2$ ③ $k \le -2$

④ $0 < k \le 2$ ⑤ $k > 2$

해설

서로 다른 부호의 실근을 가지려면 두 근의 곱인 $\frac{1}{2-k} < 0$을 만족시키면 된다.
따라서 $k > 2$

30. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $a<0,\ b>0,\ c<0,\ b^2-4ac>0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 두 근은 모두 양이고 서로 다르다.

② 두 근은 모두 음이고 서로 다르다.

③ 양근 하나, 음근 하나를 가진다.

④ 양근, 음근, 0 을 가리지 않고 가질 수 있다.

⑤ 두 근은 서로 다른 부호이고, 양근이 음근의 절대값보다 크다.

해설

$b^2-4ac>0$이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
두 실근을 $\alpha,\ \beta$라 하면
$a<0,\ b>0,\ c<0$이므로

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}>0$$

$$\alpha\beta=\frac{c}{a}>0$$

$\therefore\ \alpha>0,\ \beta>0$