

1. $7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,

7^2 의 일의 자릿수=9,

7^3 의 일의 자릿수=3,

7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,

4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는
것을 알 수 있다.

$7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9

$\therefore 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

2. 다음 중 소수는?

① 33

② 63

③ 57

④ 77

⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

따라서 소수는 101 이다.

3. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

4. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

5. 다음 수 중에서 정수의 개수를 구하여라.

$$-11, \frac{1}{9}, -7.6, 0, \frac{12}{2}, \frac{2}{4}, -8$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

정수는 양의 정수, 0, 음의 정수는 모두 포함한다. 정수가 아닌 것은 더 이상 약분되지 않는 기약분수 또는 소수의 형태를 지니게 된다. $\frac{2}{4}$ 는 약분하여 $\frac{1}{2}$ 이 되므로 정수가 아니다. 그러므로 정수가 아닌 것은 $\frac{1}{9}$, -7.6 , $\frac{2}{4}$ 이다. 나머지는 모두 정수에 포함된다. 따라서 4개이다.

6. 'a 는 -5 보다 작지 않고 4 보다 작거나 같다.'를 부등호를 사용하여 나타낸 것은?

① $-5 < a \leq 4$

② $-5 < a < 4$

③ $-5 \leq a < 4$

④ $-5 \leq a \leq 4$

⑤ $a \geq -5$ 또는 $a \leq 4$

해설

‘작지 않고 = 크거나 같고 = 이상’ 이고, ‘작거나 같다 = 이하’ 이다.

7. 다음 계산 과정 중 덧셈의 교환법칙, 결합법칙이 사용된 곳을 차례로 찾으려면?

$$\begin{aligned}
 & (-13) - (-22) + (+27) - (+16) \\
 & = (-13) + (+22) + (+27) + (-16) \\
 & = (-13) + (-16) + (+22) + (+27) \\
 & = \{(-13) + (-16)\} + \{(+22) + (+17)\} \\
 & = -(13+16) + (22+17) \\
 & = (-28) + (+39) \\
 & = +11
 \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{㉠} \\ \rightarrow \text{㉡} \\ \rightarrow \text{㉢} \\ \rightarrow \text{㉣} \\ \rightarrow \text{㉤} \end{array} \right\}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉠

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

덧셈의 교환법칙 : $a + b = b + a$

덧셈의 결합법칙 : $(a + b) + c = a + (b + c)$

따라서, ㉡ : 교환법칙

㉢ : 결합법칙이 사용되었다.

8. 다음을 계산하면?

보기

$$\left(-\frac{11}{7}\right) + (-1) - (+3.5) - \left(-\frac{5}{2}\right)$$

① $-\frac{25}{7}$

② -3

③ $-\frac{18}{7}$

④ -2

⑤ $-\frac{10}{7}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{11}{7}\right) + (-1) - (+3.5) - \left(-\frac{5}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{11}{7}\right) + (-1) + (-3.5) + \left(+\frac{5}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{11}{7}\right) + \left(-\frac{7}{7}\right) + \left(-\frac{7}{2}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{18}{7}\right) + (-1) \\ &= \left(-\frac{18}{7}\right) + \left(-\frac{7}{7}\right) \\ &= -\frac{25}{7} \end{aligned}$$

9. 바르게 계산한 것은?

① $(-2) \times (-3) = -6$

② $(-3) \times (-2) = -5$

③ $(-1) \times (-1) = 0$

④ $(+4) \times (-2) = -6$

⑤ $(-2) \times (+3) = -6$

해설

① $(-2) \times (-3) = +6$

② $(-3) \times (-2) = +6$

③ $(-1) \times (-1) = +1$

④ $(+4) \times (-2) = -8$

10. -0.1 의 역수를 a , $\frac{1}{2}$ 의 역수를 b 라고 할 때, $a + b$ 는?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

-0.1 의 역수 $a = -10$

$\frac{1}{2}$ 의 역수 $b = 2$

$a + b = -10 + 2 = -8$

11. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 4 \div \square = \frac{1}{10}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

① -5

② $-\frac{1}{5}$

③ 5

④ $\frac{1}{5}$

⑤ 1

해설

$$\left(-\frac{1}{8}\right) \times 4 \div \square = \frac{1}{10}$$

$$\square = \left(-\frac{1}{8}\right) \times 4 \times 10 = -5$$

12. $4 \div \left\{ 3 - 2 \times \left(-\frac{1}{4} \right) \right\} - \frac{3}{5}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$$\begin{aligned} 4 \div \left\{ 3 - 2 \times \left(-\frac{1}{4} \right) \right\} - \frac{3}{5} &= 4 \div \left(3 + \frac{1}{2} \right) - \frac{3}{5} \\ &= 4 \times \frac{2}{7} - \frac{3}{5} = \frac{8}{7} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{8 \times 5 - 3 \times 7}{35} = \frac{19}{35} \end{aligned}$$

13. 다음 중 문자를 사용한 식으로 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 밑변의 길이가 a cm, 높이가 b cm 인 삼각형의 넓이 : ab cm²

② $x\%$ 의 소금물 200 g 에 들어있는 소금의 양 : 200 g

③ a 원의 2 할 : $\frac{1}{100}a$ 원

④ x km 를 y 시간 동안 달렸을 때의 평균 속도 : $\frac{x}{y}$ km

⑤ 정가가 p 원인 물건의 15% 할인가격 : $\frac{3}{20}p$ 원

해설

$$\textcircled{1} a \times b \div 2 = a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}ab$$

$$\textcircled{2} \frac{x}{100} \times 200 = 2x$$

$$\textcircled{3} a \times \frac{2}{10} = \frac{a}{5}$$

$$\textcircled{5} p \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) = p \times \frac{85}{100} = \frac{17}{20}p$$

14. 다음 그림과 같이 280 g 의 물이 담긴 비커와 소금 20 g 을 준비했다. 준비된 소금을 비커에 넣었을 때, 비커 안에 든 수용액의 농도는 몇 % 인지 구하여라.



물 280g



소금 20g

▶ 답 : %

▷ 정답 : $\frac{20}{3}$ %

해설

$$\frac{20}{280 + 20} \times 100 = \frac{20}{300} \times 100 = \frac{20}{3} (\%)$$

15. 식 $(12a - 8) \times \frac{1}{4} + (2a - 3) \times (-3)$ 를 간단히 했을 때, a 의 계수와 상수항의 합은?

① 19

② 10

③ 8

④ 6

⑤ 4

해설

$$(\text{준식}) = 3a - 2 - 6a + 9 = -3a + 7$$

$$\text{계수와 상수항의 합은 } (-3) + 7 = 4$$

16. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 52} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 26} \end{array}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

17. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 24

⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

18. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10보다 작은 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15와 어떤 수의 공약수가 개수가 1개, 즉 서로소이므로
어떤 수는 10미만의 자연수 중 3과 5의 배수가 아닌 수이므로
1, 2, 4, 7, 8이다.

따라서 어떤수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22이다.

19. 두 수 $2^a \times 3 \times 5$, $2 \times 5^b \times 7^c$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^a = 2 \text{ 이므로 } a = 1$$

$$5^b = 5^2 \text{ 이므로 } b = 2$$

$$7^c = 7^2 \text{ 이므로 } c = 2 \text{ 따라서 } a + b + c = 5$$

20. 자연수 k 의 모든 배수를 모아 놓은 모임을 A_k 라고 한다. A_6 과 A_8 의 공통인 수를 구한 후, 그 결과가 A_k 의 모임 안에 들어가게 하려고 할 때 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

A_6 과 A_8 의 공통인 수는 6 의 배수와 8 의 배수의 공통인 수이므로 6 과 8 의 공배수이다.

6 과 8 의 공배수는 24 이므로 A_k 는 24 의 배수 모임이다.

따라서 $A_k \Rightarrow 24, 48, 72, \dots$ 이고 k 의 최솟값은 24 이다.

21. 자연수 n 에 대하여 $n + 1$ 은 3 의 배수이고 $n + 4$ 은 7 의 배수일 때, $n + 6$ 을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n + 1$ 은 3 의 배수이므로

값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,

$n + 4$ 은 7 의 배수이므로

값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.

그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.

$\therefore (n + 6 \text{ 을 } 21 \text{ 로 나눈 나머지}) = 2$

22. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times a$, $3 \times a$, $4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108$, $a = 9$ 이다.
최대공약수는 a 이므로 9 이다.

$\therefore 9$

23. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

24. 가로 길이가 60cm, 세로 길이가 50cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 남는 부분 없이 되도록 큰 타일을 붙이려면 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▷ 정답: 30장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 60 과 50 의 최대공약수이므로

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5, 50 = 2 \times 5^2$$

최대공약수는 $2 \times 5 = 10$

따라서 필요한 타일의 개수는

$$(60 \div 10) \times (50 \div 10) = 30 \text{ (장)}$$

25. 가로와 세로의 길이가 4cm, 6cm, 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

- ① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

26. 다음 수 중에서 가장 작은 수를 a , 가장 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 를 구하면?

$$-5, 0.2, -\frac{4}{3}, 0, -7.5, \frac{7}{2}, -1, \frac{12}{4}$$

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

작은 순서대로 나열하면,

$$-7.5, -5, -\frac{4}{3}, -1, 0, 0.2, \frac{12}{4}, \frac{7}{2}$$

$$\text{가장 작은 수 } a = -7.5, \text{ 가장 큰 수 } b = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$a + b = -7.5 + 3.5 = -4$$

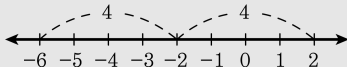
27. 수직선에 2와 -6 에 대응하는 두 점을 나타낸 후, 두 점에서 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

수직선을 이용하여 구하면 다음과 같다.



28. 다음 중 계산 결과 중 0에 가장 먼 것은?

① $2^2 - 1 \times 3^2$

② $(-12) \div (-2)^2 - (-2)$

③ $(-5)^2 \times 2^2 + (-10)$

④ $5^2 - (-2)^3 + 3^2$

⑤ $75 \div (-5)^2 \times 2^2$

해설

원점에서 멀수록 절댓값이 크다.

① $2^2 - 1 \times 3^2 = 4 - 1 \times 9$

$= 4 - 9 = -5$

$|-5| = 5$

② $(-12) \div (-2)^2 - (-2) = (-12) \div 4 + 2$

$= -3 + 2 = -1$

$|-1| = 1$

③ $(-5)^2 \times 2^2 + (-10) = 25 \times 4 - 10$

$= 100 - 10 = 90$

$|90| = 90$

④ $5^2 - (-2)^3 + 3^2 = 25 - (-8) + 9$

$= 25 + 8 + 9 = 42$

$|42| = 42$

⑤ $75 \div (-5)^2 \times 2^2 = 75 \div 25 \times 4$

$= 3 \times 4 = 12$

$|12| = 12$

계산 결과 중 절댓값이 가장 큰 것은 ③의 90이다.

29. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a \times b = -6$, $a \times (b - c) = 9$ 일 때, $a \times c$ 의 값은?

① -15

② -9

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c = 9$$

$$(-6) - a \times c = 9$$

$$\therefore a \times c = -15$$

30. $(x-y)+3\times(x-y)\times a\div(x-y)$ 를 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 나타낸 것 중 바른 것은? (단, $x\neq y$)

① $3a - x - y$

② $x - y - 3a$

③ $3 + a + x - y$

④ $3a$

⑤ $3a + x - y$

해설

$$\begin{aligned} & (x-y)+3\times(x-y)\times a\div(x-y) \\ &= (x-y)+3\times(x-y)\times a\times\frac{1}{(x-y)} \\ &= (x-y)+3a=3a+x-y \end{aligned}$$

31. 다음은 다항식 $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} - 1$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은?

보기

- ㉠ 항은 모두 3 개이다.
- ㉡ x^2 의 계수는 4 이다.
- ㉢ x 의 계수와 상수항의 합은 $-\frac{3}{4}$ 이다.
- ㉣ x 에 관한 일차식이다.
- ㉤ x 의 차수는 $-\frac{1}{3}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉡ x^2 의 계수는 $\frac{1}{4}$

㉢ x 의 계수와 상수항의 합은 $-\frac{4}{3}$

㉣ x 에 관한 이차식

㉤ x 의 차수는 1

32. $\frac{4x-5}{3} \div \frac{2}{3} = ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = -\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{4x-5}{3} \div \frac{2}{3} &= \frac{4x-5}{3} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{4x-5}{2} \\ &= 2x - \frac{5}{2} = ax + b\end{aligned}$$

이므로 $a=2$, $b=-\frac{5}{2}$ 이다.

따라서 $a+b = 2 + \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ 이다.

33. $5 - \{3x + 1 - 2(x - 7)\} + 7x$ 를 간단히 한 식을 고르면?

① $6x$

② $6x + 8$

③ $6x - 10$

④ $7x + 8$

⑤ $7x - 10$

해설

$$\begin{aligned} & 5 - (3x + 1 - 2x + 14) + 7x \\ &= 5 - (x + 15) + 7x \\ &= 5 - x - 15 + 7x \\ &= 6x - 10 \end{aligned}$$

34. $x : y = 3 : 5$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{2x^2 - 4xy}{3xy + y^2}$$

① $-\frac{3}{5}$

② $-\frac{1}{5}$

③ $\frac{2}{15}$

④ $\frac{4}{15}$

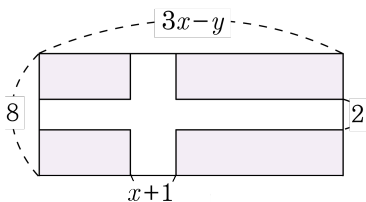
⑤ $\frac{7}{15}$

해설

$x : y = 3 : 5$ 이므로 $x = 3k$, $y = 5k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{2x^2 - 4xy}{3xy + y^2} &= \frac{2 \times (3k)^2 - 4 \times 3k \times 5k}{3 \times 3k \times 5k + (5k)^2} \\ &= \frac{18k^2 - 60k^2}{45k^2 + 25k^2} \\ &= -\frac{42k^2}{70k^2} = -\frac{3}{5}\end{aligned}$$

35. 다음과 같이 직사각형 모양인 꽃밭에 가로, 세로에 일정한 폭으로 길을 만들었다. 길의 넓이는?



① $-12x + 2y + 4$

② $12x - 2y + 6$

③ $14x - 2y + 4$

④ $14x + 2y + 6$

⑤ $14x - 2y + 6$

해설

가로 길의 넓이 : $2(3x - y) = 6x - 2y$

세로 길의 넓이 : $8(x + 1) = 8x + 8$

가운데 겹치는 부분 : $2(x + 1) = 2x + 2$

(길의 넓이) = (가로로 난 길의 넓이) + (세로로 난 길의 넓이)
 - (중복된 길의 넓이) 이므로

$6x - 2y + 8x + 8 - 2x - 2 = 12x - 2y + 6$ 이다.

36. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

37. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

38. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

39. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

40. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 A 는 2×3 과 5 를 인수로 반드시 가져야 한다.
따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

41. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로

$a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$

즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는

$(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

42. $|a| = 7$, $|b| = 11$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$|7| = |-7| = 7 \text{ 이므로}$$

$$a = 7 \text{ 또는 } a = -7 \text{ 이고}$$

$$|11| = |-11| = 11 \text{ 이므로}$$

$$b = 11 \text{ 또는 } b = -11 \text{ 이다.}$$

따라서 가능한 (a, b) 의 순서쌍은 $(7, 11)$, $(7, -11)$, $(-7, 11)$, $(-7, -11)$ 이다.

각각의 경우, $a - b$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(i) (a, b) = (7, 11) \text{ 일 때,}$$

$$a - b = 7 - 11 = -4 \text{ 이다.}$$

$$(ii) (a, b) = (7, -11) \text{ 일 때,}$$

$$a - b = 7 - (-11) = 7 + 11 = 18 \text{ 이다.}$$

$$(iii) (a, b) = (-7, 11) \text{ 일 때,}$$

$$a - b = -7 - 11 = -18 \text{ 이다.}$$

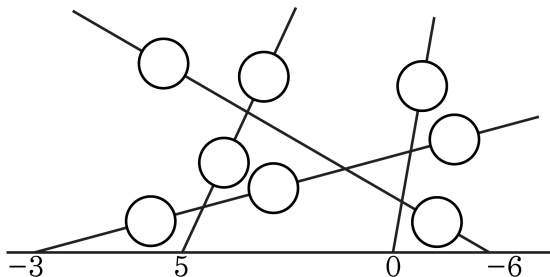
$$(iv) (a, b) = (-7, -11) \text{ 일 때,}$$

$$a - b = -7 - (-11) = -7 + 11 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서, $a - b$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 $M = 18$, $m = -18$ 이다.

$$\therefore M - m = 18 - (-18) = 18 + 18 = 36$$

43. -4에서 4까지의 정수 중 8개를 뽑아서 아래 동그라미를 채웠다. 밑에 있는 숫자는 같은 줄에 있는 숫자들의 합이다. 아래 동그라미를 채워 보고 -4에서 4까지 9개의 숫자 중 빠진 숫자를 써라.

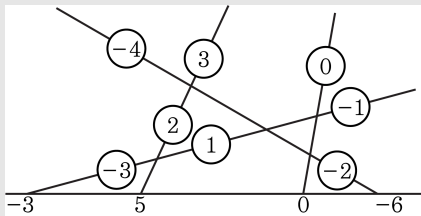


▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

다음 그림과 같으므로 -4에서 4중에서 빠진 정수는 4이다.



44. 다음 중 상수항이 같은 수로 이루어지지 않은 식은?

① $2(a - 2b + 3)$

② $x(3x + 2) + 6$

③ $4a + 2b - (a + 3b - 6)$

④ $\frac{x + 2y + 18}{3}$

⑤ $4x - (3x + 2) - 4$

해설

①, ②, ③, ④ 상수항은 6이다.

⑤ 상수항은 -6이다.

45. 어떤 다항식에서 $3x - 1$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 식을 고르면?

① $5x + 2$

② $5x + 4$

③ $7x + 5$

④ $8x + 1$

⑤ $8x + 3$

해설

어떤 다항식을 A 라 하자.

$$A - (3x - 1) = 2x + 3$$

$$A = 2x + 3 + (3x - 1)$$

$$= 2x + 3 + 3x - 1$$

$$= 5x + 2$$

바르게 계산하면

$$5x + 2 + 3x - 1 = 5x + 3x + 2 - 1 = 8x + 1 \text{ 이다.}$$

46. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0 이거나 11의 배수인 수이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

47. $|n|$ 이 24 와 60 의 공약수인 정수 n 에 대하여 $2 < \left| \frac{x}{n} \right| < 5$ 를 만족하는 정수 $\frac{x}{n}$ 이 값이 가장 작을 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -48

해설

24 와 60 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

$2 < \left| \frac{x}{n} \right| < 5$ 를 만족하는

절댓값 $(|n|, |x|)$ 의 순서쌍을 구해 보면,

$(|n|, |x|) = (1, 3), (1, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 9),$
 $(3, 12), (4, 12), (4, 16), (6, 18), (6, 24),$
 $(12, 36), (12, 48)$ 이다.

따라서 x 의 최솟값은 -48 이다.

48. 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

가. 점 E 는 점 A 보다 2 만큼 오른쪽에 있다.

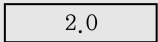
나. 점 D 는 점 E 보다 0.5 만큼 오른쪽에 있고, 점 C 는 $\overline{AD}$ 를 3 : 2 로 내분한다.

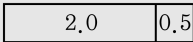
다. 점 C 는 점 B 보다 2 만큼 왼쪽에 있다.

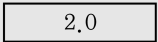
▶ 답 :

▷ 정답 : 3.5

해설

가. 
A E

나.  , 
A E D , A C D

다. 
C B

가, 나, 다를 볼 때 B 는 A 보다 3.5 만큼 오른쪽에 있다.

$\therefore (\overline{AB} \text{의 길이}) = 3.5$

49. 두 수 x, y 에 대하여 $x * y = \frac{x}{x(x+y)}$ 로 정의할 때, $\frac{1}{b} + (b * a) - (a * b)$ 를 간단히 하여라.
(단, $a, b, a + b$ 는 0 이 아니다.)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{b}$

해설

$$x * y = \frac{x}{x(x+y)} = \frac{1}{x+y}$$

$$\frac{1}{b} + (b * a) - (a * b) = \frac{1}{b} + \frac{1}{b+a} - \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b}$$

50. 0 이 아닌 두 수 x, y 에 대하여 $(x+y)(x-y) = 3xy$ 이고, $X = \frac{x^2 + 6xy - y^2}{2xy}$, $Y = \frac{(2x+y)(x-2y)}{xy}$ 일 때, $X+Y$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$(x+y)(x-y) = 3xy$ 이므로, $x^2 = y^2 + 3xy$ 이다.

$$\therefore X = \frac{x^2 + 6xy - y^2}{2xy} = \frac{9xy}{2xy} = \frac{9}{2},$$

$$Y = \frac{(2x+y)(x-2y)}{xy}$$

$$= \frac{2x^2 - 3xy - 2y^2}{xy}$$

$$= \frac{3xy}{xy} = 3$$

$$\therefore X+Y = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2}$$