

1. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $0.345345\cdots = 0.\dot{3}4\dot{5}$

㉡ $21.1515\cdots = 21.\dot{1}5\dot{5}$

㉢ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}415\dot{1}$

㉤ $0.1232323\cdots = 0.1\dot{2}\dot{3}$

㉥ $8.2359359\cdots = 8.2\dot{3}5\dot{9}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

㉡ $21.1515\cdots = 21.\dot{1}5$

㉢ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉤, ㉥이다.

2. $0.\dot{2}0\dot{7} = 207 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

- ① 0.001 ② 0.001 ③ 0.001 ④ 0.001 ⑤ 0.101

해설

$$0.\dot{2}0\dot{7} = \frac{207}{999} = 207 \times \frac{1}{999} = 207 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

3. 다음 수 중에서 0.6 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 0.61

㉡ 0.595

㉢ 0.59

㉣ 0.61

① ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉠

② ㉡ → ㉣ → ㉠ → ㉢

③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡

④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣

⑤ ㉢ → ㉣ → ㉠ → ㉡

해설

㉠ 0.616161...

㉡ 0.595555...

㉢ 0.595959...

㉣ 0.611111...

∴ ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉠의 순서이다.

4. 부등식 $\frac{4}{5} < x < 4.\dot{1}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$0.8 < x < 4.111\ldots$ 이므로
만족하는 자연수 x 의 값이 아닌 것은 5이다.

5. 다음 □안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^\square$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^\square$$

$$\text{이므로 } 6 + \square = 10$$

$$\therefore \square = 4$$

6. $4x^4 \div x^2 \div 2x$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x$

해설

$$4x^4 \div x^2 \div 2x = 2x^{4-2-1} = 2x$$

7. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$ab = 4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1$$

8. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$$9^3 \times 27^2 \div 3^4 = 3^x$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(3^2)^3 \times (3^3)^2 \div 3^4 = 3^8$$

9. $ax^2y^3 \times (-xy)^b = -5x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 각각의 값은?

① $a = 1, b = 2, c = 3$

② $a = 3, b = 4, c = 3$

③ $a = 5, b = 2, c = 3$

④ $a = 5, b = 3, c = 5$

⑤ $a = 4, b = 5, c = 3$

해설

$$ax^2y^3 \times (-xy)^b$$

$$= a \times (-1)^b \times x^2 \times x^b \times y^3 \times y^b$$

$$= -5x^cy^6$$

$$a \times (-1)^b = -5, 2 + b = c, 3 + b = 6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 5, b = 3, c = 5$$

10. $\frac{4b^2}{a^2} \times (-8a^5b) \div \square = 32a^3b^3$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\frac{4b^2}{a^2} \times (-8a^5b) \div \square = -32a^3b^3 \div \square = 32a^3b^3$$

$$\therefore \square = \frac{1}{32a^3b^3} \times \frac{-32a^3b^3}{1} = -1$$

11. $\frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3}$ 를 간단히 하면?

① $2x + 15y$

② $\frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y$

③ $\frac{5}{6}x + 5y$

④ $x + 4y$

⑤ $\frac{5}{4}x - \frac{1}{6}y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3} \\ = & \frac{3(2x+y) - 4(x-3y)}{12} \\ = & \frac{6x+3y-4x+12y}{12} \\ = & \frac{2x+15y}{12} = \frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y \end{aligned}$$

12. $(\quad) - (2x^2 + 3y) = 4x^2 - y$ 에서 $(\quad)$ 안에 알맞은 식은?

① $2x^2 - 3y$

② $2x^2 - y$

③ $2x^2 + 3y$

④ $5x^2 + y$

⑤ $6x^2 + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\quad) &= 4x^2 - y + (2x^2 + 3y) \\ &= 6x^2 + 2y\end{aligned}$$

13. 어떤 다항식에서 $2x - 5y + 3$ 을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $6x - y + 4$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-6x + 4y - 2$

② $-4x - 4y - 1$

③ $2x + 9y - 2$

④ $8x - 6y + 7$

⑤ $10x - 11y + 10$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (2x - 5y + 3) = 6x - y + 4$$

$$A = (6x - y + 4) - (2x - 5y + 3) = 4x + 4y + 1$$

$$\therefore (4x + 4y + 1) - (2x - 5y + 3) = 2x + 9y - 2$$

14. $\frac{x+2y-2}{2} + \frac{3x-4y}{3} - \frac{2x-5y-3}{4} = Ax+By+C$ 라고 할 때, $A+B+C$ 의 값은?

- ① 20 ② $\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ -20 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+2y-2}{2} + \frac{3x-4y}{3} - \frac{2x-5y-3}{4} \\ &= \frac{6(x+2y-2) + 4(3x-4y) - 3(2x-5y-3)}{12} \\ &= \frac{12x+11y-3}{12} \\ \therefore A+B+C &= \frac{12+11-3}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

15. 비례식 $(x + y) : (x - y - 1) = 2 : 3$ 일 때, 이 식을 y 에 관해 풀면?

① $x = -8y + 1$

② $y = \frac{-x - 3}{11}$

③ $x = 2y + 1$

④ $y = \frac{-x - 2}{5}$

⑤ $x = -4y - 1$

해설

$$2(x - y - 1) = 3x + 3y$$

$$-5y = x + 2$$

$$\therefore y = \frac{-x - 2}{5}$$

16. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ -1은 자연수가 아니다.
- ㉡ 3은 정수가 아니다.
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣ -1.23은 유리수가 아니다.
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ -1은 음의 정수
- ㉡ 3은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수

즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

17. 다음 분수 중 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{3}{14}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{9}{22}$

⑤ $\frac{7}{125}$

해설

10의 거듭제곱의 꼴로 나타내기 위해서는 기약 분수의 분모의 소인수가 2 또는 5만 있어야 한다.

$$\textcircled{5} \quad \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3} = \frac{7 \times 2^3}{5^3 \times 2^3} = \frac{56}{10^3}$$

18. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 45 이고, 유한소수인 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{45}$

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{15}{45}, \quad \frac{3}{5} = \frac{27}{45}$$

45 = $3^2 \times 5$ 이고 유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5만 있어야 하므로 9가 없어져야 한다. 분자에서 15 와 27 사이에 있는 수 중 9 의 배수는 18 이다.

19. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.2\dot{4}\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

20. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$

② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$

③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}71\dot{4}$

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}2$

⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}7$

21. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $0.\dot{9}$

② $2.\dot{1}$

③ $4.\dot{0}\dot{9}$

④ $-0.\dot{9}$

⑤ $2.\dot{8}$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{9} = \frac{9-0}{9} = \frac{9}{9} = 1 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} \quad 2.\dot{1} = \frac{21-2}{9} = \frac{19}{9}$$

$$\textcircled{3} \quad 4.\dot{0}\dot{9} = \frac{409-4}{99} = \frac{405}{99} = \frac{45}{11}$$

$$\textcircled{4} \quad -0.\dot{9} = -\frac{9-0}{9} = -\frac{9}{9} = -1 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} \quad 2.\dot{8} = \frac{28-2}{9} = \frac{26}{9}$$

22. 다음 중 순환소수 $x = 0.2\dot{3}$ 을 분수로 나타내려고 할 때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$

② $1000x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 100x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{r} 100x = 23.333\cdots \\ -) 10x = 2.333\cdots \\ \hline 90x = 21 \end{array}$$

따라서 ③ $100x - 10x$ 이다.

23. $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}, y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\frac{5}{36} = x - \frac{3}{9}$$

$$\therefore x = \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36}$$

$$\frac{13}{36} = y + \frac{3}{9}$$

$$\therefore y = \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17$$

24. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}1$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{31}{90}$

② $\frac{37}{90}$

③ $\frac{31}{99}$

④ $\frac{32}{99}$

⑤ $\frac{37}{99}$

해설

$$\text{승연} : 0.4\dot{1} = \frac{37}{90},$$

$$\text{승민} : 0.\dot{3}1 = \frac{31}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A \text{ 이다.}$$

25. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5

② 15

③ 60

④ 90

⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

26. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수이다.
- ② 모든 정수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 유리수와 유리수가 아닌 것으로 나타내어진다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수와 순환소수는 유리수이다.

해설

- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수이다.

27. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

28. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

29. 다음 조건을 만족할 때, 상수 A, B, C, D, E 의 값이 아닌 것은?

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) = Ax^2 + Bx - 7 \\ \text{㉡ } & \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} = \frac{Cx^2 + Dx + E}{6} \end{aligned}$$

① $A = 1$

② $B = -6$

③ $C = 4$

④ $D = -5$

⑤ $E = 3$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) \\ &= 4x^2 - 12x - 3x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 - 6x - 7 \\ &\text{즉, } Ax^2 + Bx - 7 = x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \\ &\text{따라서 } A = 1, B = -6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ } & \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} \\ &= \frac{3(2x^2 - 3x + 1)}{6} - \frac{2(x^2 - 2x + 3)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3}{6} - \frac{2x^2 - 4x + 6}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - (2x^2 - 4x + 6)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - 2x^2 + 4x - 6}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \\ &\text{즉, } \frac{Cx^2 + Dx + E}{6} = \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $C = 4, D = -5, E = -3$ 이다.

30. 다음 식을 간단히 하여라.

$$10x - [2y - \{3x - (x - 5y) - y\}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 10x - \{2y - (3x - x + 5y - y)\} \\&= 10x - (2y - 3x + x - 5y + y) \\&= 10x - (-2x - 2y) \\&= 12x + 2y\end{aligned}$$

31. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$ 의 값은?

① $\frac{15}{8}$

② $\frac{11}{8}$

③ 11

④ 15

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$\frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{5}{3}x\right) + \frac{3}{4}xy \times \frac{1}{6}y + \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{4}x^2y + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{1}{4}xy$$

따라서 $a = \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a| = 11$ 이다.

32. $(4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

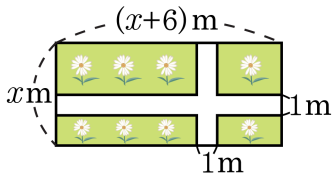
▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{xy}{2} \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \times \frac{2}{xy} \\ &= 8 - 2x^2 - 6y \end{aligned}$$

x^2 의 계수 -2 , y 의 계수 -6 , 상수항 8
이들의 합을 구하면 $-2 - 6 + 8 = 0$ 이다.

33. 다음 그림은 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 1m 인 길을 만든 것이다. 길을 내고 난 꽃밭의 넓이를 x 를 사용하여 나타내면?



① $x^2 + 2x + 1$

② $3x + 2$

③ $x^2 - 2x - 3$

④ $x^2 + 3x - 2$

⑤ $x^2 + 4x - 5$

해설

$$(x + 5)(x - 1) = x^2 + 4x - 5$$

34. $a = -\frac{1}{2}, b = 9$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{ab^2}{3}\right)^3 \div \frac{b^3}{2a^2} \times \left(\frac{3}{a^2b}\right)^2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$(\text{준식}) = \left(-\frac{a^3b^6}{27}\right) \times \frac{2a^2}{b^3} \times \frac{9}{a^4b^2} = -\frac{2}{3}ab$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 9 \text{ 대입 : } \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 9 = 3$$

35. $2x - y = 1$ 일 때, 식 $3x^2 + xy - 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $ax^2 + bx + c$ 라 한다. 이때, a, b, c 의 값을 차례로 나열하면?

① $a = 3, b = 1, c = -1$

② $a = 3, b = 2, c = -1$

③ $a = 3, b = -1, c = -2$

④ $a = 5, b = 1, c = -1$

⑤ $a = 5, b = -1, c = -2$

해설

$2x - y = 1$ 을 y 로 정리하면 $y = 2x - 1$ 이다.

이것을 $3x^2 + xy - 2$ 에 대입하면

$$3x^2 + xy - 2 = 3x^2 + x(2x - 1) - 2 = 5x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = 5, b = -1, c = -2$$

36. x 가 1 이상 50 이하인 자연수일 때, $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로 x 는 21의 배수이다.
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

37. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

① 2

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181\dots$$

$27 \div 2 = 13 \dots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

38. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

39. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4 이다.

40. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

① 6

② 9

③ 11

④ 16

⑤ 17

해설

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3^6 \times 3 = 3^7$$

$$5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5^6 \times 5 = 5^7$$

$$4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 = 4^6 \times 4 = 4^7$$

$$2^6 + 2^6 = 2^6 \times 2 = 2^7$$

$$\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6}$$

$$= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore m+n = 5+6 = 11$$

41. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$

② $\frac{1}{2}a$

③ $\frac{3}{4}a$

④ $\frac{3}{2}a$

⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned}4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\&= 2^{100} - 2^{98} \\&= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\&= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\&= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\&= \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

42. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

43. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^p y^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3-p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7-q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p+q = 11$$

44. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

45. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

46. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은?

① 41

② 51

③ 61

④ 71

⑤ 81

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

47. 다음을 계산하여라.

$$0.\dot{1} + \frac{0.\dot{2}}{2} + \frac{0.\dot{3}}{3} + \frac{0.\dot{4}}{4} + \cdots + \frac{0.\dot{9}}{9}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{9} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \times \frac{1}{4} + \cdots + \frac{9}{9} \times \frac{1}{9} &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{9} \\ &= \frac{1}{9} \times 9 = 1 \end{aligned}$$

48. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36} \text{ 이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

$$\text{즉 } f(10^{36}) = 1$$

49. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$16^{2x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

밑을 2 의 거듭제곱으로 나타내면

$$16 = 2^4 \text{ 이고 } \frac{1}{2} = 2^{-1} \text{ 이므로}$$

$$16^{2x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

$$(2^4)^{2x-1} = (2^{-1})^{x+1}$$

$$2^{8x-4} = 2^{-x-1}$$

주어진 식이 성립되려면 지수가 같아야 한다.

$$8x - 4 = -x - 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

50. $f(x) = a^{2x}b^{3x}$ 이고, $f(3x+1) = f(m) \times f^n(x)$ 일 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= a^{2x}b^{3x} = (a^2b^3)^x \text{ 이므로} \\ (\text{좌변}) &= f(3x+1) = (a^2b^3)^{3x+1} \\ (\text{우변}) &= f(m) \times f^n(x) \\ &= (a^2b^3)^m \times ((a^2b^3)^x)^n \\ &= (a^2b^3)^m \times (a^2b^3)^{nx} \\ &= (a^2b^3)^{nx+m} \end{aligned}$$

따라서 $3x+1 = nx+m$, $n=3$, $m=1$ 이다.

$$\therefore m-n = 1-3 = -2$$