1. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned}i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

2. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a-m-1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a+1)m + (-2a+b+1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a+b+1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. 방정식 $|x-3| + |x-4| = 2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,
 $-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$

ii) $3 \leq x < 4$ 일 때
 $(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.

iii) $x \geq 4$ 일 때
 $x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$
 $\therefore x = \frac{9}{2}$

따라서 $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

4. 유리수 a, b 에 대하여 곡선 $y = x^2 - a$ 와 직선 $y = bx$ 가 만나는 두 교점을 P, Q라 한다. 점 P의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - a \\ y = bx \end{cases}$$

$bx = x^2 - a \therefore P, Q$ 의 x 좌표는 $x^2 - bx - a = 0$ 의 두 근이다.

점 P의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 이므로,

켈레근인 $2 - \sqrt{3}$ 은 점 Q의 x 좌표이다.

근과 계수와의 관계에 의해서

$$b = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$-a = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \therefore a = -1$$

$$\therefore a + b = (-1) + 4 = 3$$

5. $w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때, $(w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}w &= \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ \therefore w^2 + w + 1 &= 0, \quad w^3 = 1 \\ \therefore (w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2 & \\ &= (w - 2w - 2)^2 + (2w - w - 1)^2 \\ &= (-w - 2)^2 + (w - 1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$