1. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$$
$$= 200 \times 50 = 10000$$
$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$
$$(\text{준 식}) = 10000 \div 10 = 1000$$

2. $\dfrac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500　② 1000　③ 500

④ 250　⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} = \frac{1000 \cdot 1000}{(252+248)(252-248)}$$
$$= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4}$$
$$= 500$$

3. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

4. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$ ② $2x-1$ ③ $x-2$

④ $x+3$ ⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$

$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$

$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$

따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$와 $4x^3 - 4$에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2 + 2x - 4 = 2(x-1)(x+2)$
$4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

7. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$　　② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$　　④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{3}{4}}i$

8. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a \geq 0,\ b < 0$ ② $a > 0,\ b > 0$ ③ $a \geq 0,\ b > 0$

④ $a < 0,\ b < 0$ ⑤ $a \leq 0,\ b < 0$

해설

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

9. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

① $x \geq 2$ ② $x \leq 3$ ③ $x \leq 2$

④ $x \geq 3$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{(x-3)(2-x)}$$
$$= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$이려면

$(x-3)(2-x)$ 에서

㉠ $x-3 \leq 0,\quad x \leq 3$

㉡ $2-x \leq 0,\quad x \geq 2$

㉠, ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로

$\therefore\ 2 \leq x \leq 3$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$이 중근을 가지도록 하는 상수 k의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + (k+2) = 0$

$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k+2) = 0$

$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore \; k = -1$

11. x에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$$\frac{D}{4}=(-2m)^2-(m+3)(2m-1)=0$$

$$4m^2-(2m^2+5m-3)=0$$

$$2m^2-5m+3=0$$

$$(m-1)(2m-3)=0$$

$\therefore m=1$ 또는 $\frac{3}{2}$

$$\therefore 1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

12. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$이 중근을 갖도록 하는 실수 p의 값을 모두 곱하면?

① -8　② -4　③ 1　④ 4　⑤ 8

해설

$$D = p^2 - 4(2p+1)$$
$$= p^2 - 8p - 4 = 0$$

판별식으로부터 나온 p에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4이다.

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합 : $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore\ a = -2$

두 근의 곱 : $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore\ b = 2$

$\therefore\ a + b = -2 + 2 = 0$

14. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 2

④ 4 ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$

근과 계수와의 관계에 의해

$a = 4, b = 1$

$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$

계수가 유리수이므로

$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$

$a = 4, b = 1$

$\therefore ab = 4$

15. 다항식 $2x^3+ax^2+x+b$가 x^2-x+1로 나누어떨어질 때, $a-b$의 값은?

① -4　　② -2　　③ 2　　④ 3　　⑤ 5

해설

$2x^3+ax^2+x+b$

$=(x^2-x+1)(2x+c)$

$=2x^3+(c-2)x^2+(2-c)x+c$

$\therefore\ a=c-2,\ 1=2-c,\ b=c$

$c=1$이므로 $a=-1, b=1$

$\therefore\ a-b=-2$

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$를 $x^2 - 1$로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r$ (a, r는 상수)라 하면

$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$

$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

17. 다항식 $4x^3-2x^2-21x+\dfrac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 r 의 값은?

① 1.2　　② 1.5　　③ 1.8　　④ 2.1　　⑤ 2.4

해설

$$f(x)=4x^3-2x^2-21x+\frac{45}{2}\cdots①$$

$f(x)=(x-r)^2(4x-\alpha)$

$=\ (x^2-2rx+r^2)(4x-\alpha)$

$=4x^3-(\alpha+8r)x^2+(4r^2+2r\alpha)x-r^2\alpha$

①과 계수비교를 하면

$\alpha+8r=2\cdots$㉠, $4r^2+2r\alpha=-21\cdots$㉡

㉠에서 $\alpha=2-8r$,

㉡에 대입하면

$4r^2+2r(2-8r)=-21$

$12r^2-4r-21=0$, $(2r-3)(6r+7)=0$

$$\therefore\ r=\frac{3}{2}\quad(\because\ r>0)$$

18. 다항식 $f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $-x+1$

④ x ⑤ $-x$

해설

$$f(x)=(x-1)Q_1(x)+1 \quad \Rightarrow \quad f(1)=1$$

$$f(x)=(x-2)Q_2(x)+2 \quad \Rightarrow \quad f(2)=2$$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q_3(x)+ax+b$라 하면,

$f(1)=a+b=1,\ \ f(2)=2a+b=2$이다.

$\therefore\ a=1,\ \ b=0$이므로 나머지는 x

19. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x+2)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$라 할 수 있다.
$f(1)=a+b=2$
$f(-2)=-2a+b=5$
연립하면, $a=-1 \quad b=3$
$\therefore R(x)=-x+3$
$R(2)=1$

20. x에 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$ ② $2x+3$ ③ $4x-3$

④ $4x+3$ ⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2)=5,\ f(3)=9$

$f(x)=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$ 라 놓으면,

$f(2)=2a+b=5,\ f(3)=3a+b=9$을

연립하여 풀면 $a=4,\ b=-3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

21. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & \boxed{2} \end{array}$$

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=-1$

④ $d=-3$ ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & \boxed{-b+a} \end{array}$$

이때 $k=-1$, $c=-1$, $d=-a+1$, $b-a+1=-1$, $-b+a=2$ 이므로

$k=-1$, $c=-1$, $a=4$, $b=2$, $d=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

22. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-2$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc}
k & 1 & a & -1 & b \\
 & & c & d & 18 \\
\hline
 & 1 & 5 & 9 & \boxed{20}
\end{array}$$

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=2$

④ $d=10$ ⑤ $k=-2$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc}
2 & 1 & a & -1 & b \\
 & & 2 & 2a+4 & 4a+6 \\
\hline
 & 1 & a+2 & 2a+3 & \boxed{4a+b+6}
\end{array}$$

이때 $k=2$, $c=2$, $a+2=5$, $2a+4=d$, $4a+b+6=20$이므로

$k=2$, $c=2$, $a=3$, $d=10$, $b=2$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

23. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{5} \end{array}$$

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=1$

④ $d=4$ ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & \boxed{b+a} \end{array}$$

$k=1,\ a=3,\ b=2,\ c=1,\ d=4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

24. 이차방정식 $3x^2-6x+k=0$이 실근을 갖도록 실수 k의 범위를 정하면?

① $k<1$ ② $k \le 1$ ③ $k<3$

④ $k \le 3$ ⑤ $1<k<3$

해설

$3x^2+6x+k=0,$

$\dfrac{D}{4}=(-3)^2-3\cdot k \ge 0$

$3k \le 9 \quad \therefore\ k \le 3$

25. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \geq 0$　② $-1 < a < 0$　③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$　⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \qquad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

26. x 에 대한 두 이차방정식
$x^2-2\sqrt{b}x+(2a+1)=0 \cdots$ ㉠
$x^2-2ax-b=0 \cdots$ ㉡가 있다. ㉠이 서로 다른 두 실근을 가질 때, ㉡의 근을 판별하면? (단, a, b 는 실수이고, $b \geq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 가진다.

② 중근을 가진다.

③ 서로 다른 두 허근을 가진다.

④ 판별할 수 없다.

⑤ 한 개의 실근과 한 개의 허근을 가진다.

해설

㉠의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=b-(2a+1)>0 \therefore\ b>2a+1$$

㉡의 판별식을 D' 이라 하면

$$\frac{D'}{4}=a^2+b>a^2+2a+1$$

$$=(a+1)^2 \geq 0$$

$$\therefore\ \frac{D'}{4}>0$$

따라서, ㉡은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

27. 이차방정식 $f(x)=0$의 두근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=6$이 성립한다. 이 때, 방정식 $f(5x-7)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0(a\neq 0)$에서

$f(5x-7)=a(5x-7-\alpha)(5x-7-\beta)=0$

$\therefore\ 5x=7+\alpha,\ 7+\beta$

$$\therefore\ x=\frac{7+\alpha}{5},\ \frac{7+\beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14+\alpha+\beta}{5}=\frac{20}{5}=4$$

28. 이차방정식 $ix^2+(2+i)x-i(1+i)=0$의 두 근의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-1-2i$ ② $1-i$ ③ $-1+i$

④ $-1+2i$ ⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면

$-x^2+(2i-1)x-i(i-1)=0$

$x^2-(2i-1)x+i(i-1)=0$

$(x-i)(x+1-i)=0$

$\therefore x=i$ 또는 $x=-1+i$

두 근의 합은 $-1+2i$

29. x에 대한 다음 방정식의 두 근의 곱은?

$$2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　② -1　③ $-\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1) = 0$

$\therefore\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

30. $a=2004$, $b=2001$ 일 때, $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ 의 값은?

① 21　② 23　③ 25　④ 27　⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a-b=2004-2001=3$

$\therefore\ (a-b)^3=3^3=27$

31. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15　② 18　③ 21　④ 26　⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

32. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$을 계산하면?

① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\
&= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right) \\
&= a^6 - 1 \\
&= 100^6 - 1
\end{aligned}
$$

33. 실수 x가 $x^2 - 3x + 1 = 0$을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 x로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \times 3 = 18$$

34. $x+\dfrac{1}{x}=3$ 일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면? (단, $x>0$)

① 5, 6　　② 7, 18　　③ 8, 16

④ 9, 18　　⑤ 10, 27

해설

$x+\dfrac{1}{x}=3$ 일 때

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=27-9=18$$

35. $x^2+x+1=0$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$에서 양변을 x로 나누면

$$x+\frac{1}{x}=-1$$

$$\therefore\ x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=-1-3\cdot(-1)=2$$

36. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha*\beta = (\alpha+\beta)-\alpha\beta$ 라 하자. $z = \dfrac{5}{-2-i}$ 일 때, $z*\bar{z}$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ -9 ④ 9 ⑤ 0

해설

$z = -2+i$, $\bar{z} = -2-i$

$$
\begin{aligned}
z*\bar{z} &= (z+\bar{z})-z\bar{z} \\
&= -4-5 \\
&= -9
\end{aligned}
$$

37. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $z+3i = \overline{z-zi}$ 를 만족하는 복소수 z 를 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z = a + bi$ 라 할 때,

(좌변): $z + 3i = a + (b+3)i$

(우변): $z - zi = (a+bi) - (a+bi)i$

$= (a+b) + (b-a)i$

$\therefore\ \overline{z-zi} = (a+b) - (b-a)i$

(좌변) $=$ (우변) 이므로,

$a + (b+3)i = (a+b) + (a-b)i$

$$\begin{cases} a+b = a \\ a-b = b+3 \Rightarrow a = 3,\ b = 0 \end{cases}$$

$\therefore\ z = 3 + 0 \cdot i = 3$

38. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}i}{2}$ 에 대하여 복소수 $w = \frac{z+1}{3z-2}$ 일 때, $w\overline{w}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$z + \overline{z} = 1,\ z\overline{z} = 2$

$$\begin{aligned} w\overline{w} &= \frac{z+1}{3z-2} \times \frac{\overline{z}+1}{3\overline{z}-2} \\ &= \frac{z\overline{z} + (z+\overline{z}) + 1}{9z\overline{z} - 6(z+\overline{z}) + 4} \\ &= \frac{2+1+1}{18-6+4} \\ &= \frac{4}{16} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

39. 이차방정식 $x^2+2(k-1)x+3-k=0$의 두 근이 모두 양수가 되도록 k의 범위를 정하면?

① $-2 \le k \le 3$ ② $2 \le k \le 5$ ③ $1 \le k \le 2$

④ $k \ge 3$ ⑤ $k \le -1$

해설

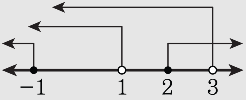
$x^2+2(k-1)x+3-k=0$

(i) $\dfrac{D}{4}=(k-1)^2-(3-k)\ge 0$

$(k-2)(k+1)\ge 0 \quad \therefore k \ge 2$ 또는 $k \le -1$

(ii) 두 근의 합, 곱 모두 양수

$-2(k-1)>0,\ 3-k>0 \quad \therefore k<1$



$\therefore \quad k \le -1$

40. x에 대한 이차방정식 $x^2 + (m+3)x + (m+6) = 0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 값의 범위에 속하는 정수를 구하면 ?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

(i) (두근의 합) $-m-3>0$

$m<-3$

(ii) (두근의 곱) $m+6>0$

$m>-6$

(iii) $D=(m+3)^2-4(m+6)\geq 0$

$m^2+2m-15\geq 0$

$(m-3)(m+5)\geq 0$

$m\leq -5$ 또는 $m\geq 3$

(i), (ii), (iii)에서 $-6<m\leq -5$

$\therefore m=-5$

41. x에 대한 이차방정식 $x^2-(k^2-3k-4)x+2-k=0$의 두 실근을 α, β라 할 때, α는 양수이고 β는 음수이다. β의 절댓값이 α의 절댓값보다 클 때, 정수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 근의 합) $= k^2-3k-4=(k-4)(k+1)<0$

$-1<k<4$

(두 근의 곱) $=2-k<0$에서 $k>2$

$\therefore 2<k<4$