1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2-2x+4=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$$

① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$을 대입하면

$4=2a \quad \therefore \ a=2$

$x=1$을 대입하면

$3=-b \quad \therefore \ b=-3$

$x=2$을 대입하면

$4=2c \quad \therefore \ c=2$

$\therefore \ a-b+c=2-(-3)+2=7$

2. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2+13x-18=a(x+2)(x-3)+bx(x+2)+cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a,b,c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x=0$을 대입하면 $-18=-6a$에서 $a=3$

$x=3$을 대입하면 $30=15b$에서 $b=2$

$x=-2$을 대입하면 $-40=10c$에서 $c=-4$

$\therefore\ a+b+c=3+2+(-4)=1$

3. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$ ② $f(-2)$ ③ $f(2)+Q(2)$

④ $Q(2)$ ⑤ $Q(-2)$

해설

$f(x)=(x-2)Q(x)+R$

$\therefore\ f(2)=R$

4. 다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-6)$으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$이었다. $f(x)$를 $(x+3)$으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$f(x)=(x+3)(x-6)Q(x)+x-2$이므로

$f(-3)=-5$

5. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$　② $a - b^2$　③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$　⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\
&= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\
&= (a-b)(a^2 + b^2 + c^2)
\end{aligned}
$$

6. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, a, b, c를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$

④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2x-y^2+2y &= (x+y)(x-y)-2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

7. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$ ⑤ $x^2 + 3$

해설

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$

$\therefore$ (준식)$= x^2 + 1$

8. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$
② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$
③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$
④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$
⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

9. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$

① $x - 1$ ② $2x - 1$ ③ $x - 2$

④ $x + 3$ ⑤ $x + 1$

해설

$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$

$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$

$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

10. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

11. x에 대한 이차방정식 $kx^2+2(k+1)x+k=0$이 중근을 가질 때 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$\frac{D}{4}=b'^2-ac=(k+1)^2-k^2=2k+1$에서

중근을 가질 조건이므로

$\frac{D}{4}=0$이어야 한다.

$2k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

12. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$이 중근을 갖도록 하는 실수 p의 값을 모두 곱하면?

① -8 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$D = p^2 - 4(2p + 1)$

$= p^2 - 8p - 4 = 0$

판별식으로부터 나온 p에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4이다.

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합 : $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore \ a = -2$

두 근의 곱 : $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore \ b = 2$

$\therefore \ a + b = -2 + 2 = 0$

14. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 2

④ 4 ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

15. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$ ② $a=1,\ b=3$

③ $a=3,\ b=-1$ ④ $a=-3,\ b=-1$

⑤ $a=3,\ b=1$

해설

x^3+ax^2+bx+3
$=(x^2+1)(x+c)$
$=x^3+cx^2+x+c$
$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$
따라서 $a=3,\ b=1$

16. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때 $f(x)$를 $\frac{g(x)}{n}$로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots$ ㉠

$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots$ ㉡

㉠ 에서 $f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x)$,

$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x),\ R'(x) = R(x)$

$\therefore\ Q'(x) = n \cdot Q(x),\ R'(x) = R(x)$

17. x 에 대한 항등식 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 곱 $abcd$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 5 ④ 10 ⑤ 18

해설

$a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$

$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1)+b\}+c]+d$ 임을 이용하여 조립제법을 사용하면

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

$\therefore\ abcd = 1 \times (-3) \times 3 \times (-2) = 18$

18. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$
\begin{array}{r|rrrr}
3 & 1 & -4 & 5 & -3 \\
 & & 3 & -3 & 6 \\
\hline
3 & 1 & -1 & 2 & \boxed{3} \quad \leftarrow \ \mathrm{d} \\
 & & 3 & 6 & \\
\hline
3 & 1 & 2 & \boxed{8} \quad \leftarrow \ \mathrm{c} & \\
 & & 3 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{5} \quad \leftarrow \mathrm{b} & & \\
 & \uparrow & & & \\
 & \mathrm{a} & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$

19. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

20. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a = 2 + 3$, $a = -5$

$b = 2 \cdot 3 = 6$

$\therefore\ -5x^2 + 6x + 3 = 0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

22. 이차방정식 $ix^2+(2+i)x-i(1+i)=0$의 두 근의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-1-2i$ ② $1-i$ ③ $-1+i$

④ $-1+2i$ ⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면

$-x^2+(2i-1)x-i(i-1)=0$

$x^2-(2i-1)x+i(i-1)=0$

$(x-i)(x+1-i)=0$

$\therefore x=i$ 또는 $x=-1+i$

두 근의 합은 $-1+2i$

23. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$을 계산하면?

① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right) \\ &= a^6 - 1 \\ &= 100^6 - 1\end{aligned}$$

24. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times 2\times 10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times 10^{10}+12\times 10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times 6+10^5\times 12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$