1. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$\Rightarrow \quad (a+2)(2a-3) = 0$

$\Leftrightarrow \ a = -2$ 또는 $a = \frac{3}{2}$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$\therefore \quad a = \frac{3}{2}$

2. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$가 x에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면
이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$
이 중근을 갖는다.
따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$
위의 식을 정리하면
$-k^2 + 4k - 3 = 0$
$k^2 - 4k + 3 = 0$
$(k-1)(k-3) = 0$에서
$k = 1$ 또는 $k = 3$

3. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, m은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$의 한 근이 2이므로
$x = 2$를 대입하면
$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$
따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$이다.
이 방정식을 풀면
$(x-2)(x+1) = 0$에서 $x = 2$ 또는 $x = -1$
이므로 다른 한 근은 -1이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 $3 + \sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 합 $a + b$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

한근이 $3 + \sqrt{2}$이므로 켤레근인 $3 - \sqrt{2}$도 근이 된다.
이차방정식의 두 근의 합이 $-a$이므로,
$-a = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6 \quad \therefore\ a = -6$
두근의 곱이 b이므로
$b = (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \quad \therefore\ b = 7$
$\therefore\ a + b = -6 + 7 = 1$

5. 다음 중 $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$를 만족하는 복소수 z의 개수는? (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)

① 없다. ② 1 개 ③ 2 개
④ 3 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$z=a+bi$로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ (단, a, b 는 실수) 이므로 주어진 식에 대입하면

$(2+3i)(a+bi)+(2-3i)(a-bi)=2$

$(2a-3b)+(3a+2b)i+(2a-3b)-(3a+2b)i=2$

$2(2a-3b)=2$

$\therefore\ 2a-3b=1$

따라서 $2a-3b=1$을 만족하는 a, b는 무수히 많고, $z=a+bi$ 이므로 문제의 조건을 만족하는 z가 무수히 많음을 알 수 있다.