

1. 복소수 $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

2. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

3. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

한근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로 켄레근인 $3 - \sqrt{2}$ 도 근이 된다.

이차방정식의 두 근의 합이 $-a$ 이므로,

$$-a = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6 \quad \therefore a = -6$$

두근의 곱이 b 이므로

$$b = (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \quad \therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = -6 + 7 = 1$$

5. 다음 중 $(2+3i)z + (2-3i)\bar{z} = 2$ 를 만족하는 복소수 z 의 개수는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① 없다.

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ (단, a, b 는 실수)이므로 주어진 식에 대입하면

$$(2+3i)(a+bi) + (2-3i)(a-bi) = 2$$

$$(2a-3b) + (3a+2b)i + (2a-3b) - (3a+2b)i = 2$$

$$2(2a-3b) = 2$$

$$\therefore 2a-3b = 1$$

따라서 $2a-3b=1$ 을 만족하는 a, b 는 무수히 많고, $z = a + bi$ 이므로 문제의 조건을 만족하는 z 가 무수히 많음을 알 수 있다.