1. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 30\sqrt{7} \end{aligned}$$

2. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5}$$
$$= 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

4. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$$-2x + 2y = 0 \quad (x, y \text{는 유리수}) \text{이 되어야 한다.}$$

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

5. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

6. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- ㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢

해설

- ㉠ $x-y > 0, \sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡ $y-x < 0,$
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x - 2y$
- ㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x + y - x + y = 2y$

7. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

8. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
- ③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.
- ④ ab 는 항상 무리수이다.
- ⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

9. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

- ① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$$\begin{aligned}5 &= \sqrt{25}, \\9 &= \sqrt{81}, \\a &= 80, \\b &= 26, \\\therefore a + b &= 106\end{aligned}$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \text{㉠} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2}$ + ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

11. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	...
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	...
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	...
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	...
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

12. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A+B+C+D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

- ① $x - 2a$ ② $x - a$ ③ x
④ $x + a^2$ ⑤ $x^2 + a$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x^2 - ax + b &= AB \\ &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x + \alpha) + (x + \beta) \\ &= 2x + \alpha + \beta = 2x - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^2 + ax - b &= CD \\ &= (x + \gamma)(x + \delta) \\ &= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C + D &= (x + \gamma) + (x + \delta) \\ &= 2x + \gamma + \delta = 2x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x(A + B + C + D) - 4a^2 &= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2 \\ &= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a) \end{aligned}$$

13. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} ab - 6a + 5b - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6a - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6(a+5) - 18 &= 0 \\ (a+5)(b-6) &= 18 \\ a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } a+5 > 5 \\ \text{(i) } a+5 &= 18, b-6 = 1 \\ a &= 13, b = 7 \\ \text{(ii) } a+5 &= 9, b-6 = 2 \\ a &= 4, b = 8 \\ \text{(iii) } a+5 &= 6, b-6 = 3 \\ a &= 1, b = 9 \\ \therefore \text{ 순서쌍 } a, b \text{의 개수는 } &3 \text{ 개} \end{aligned}$$

14. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y)\end{aligned}$$

15. $\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2-8x+16y-11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

- ① -13 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -11

해설

$$\frac{x^2-y^2}{xy-y^2} = 3 \text{ 에서 } \frac{(x+y)(x-y)}{y(x-y)} = 3,$$

$x \neq y$ 이므로 $x-y \neq 0$

$$\text{따라서, } \frac{x+y}{y} = 3, x = 2y$$

$x = 2y$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11 \\ = 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11 \end{aligned}$$