1. $\frac{2}{6\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{2}}{3a}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore 3a = 6, a = 2$$

2. $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{32}}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ④ $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{8}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{4\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{8} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{8}\end{aligned}$$

3. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은?

① $0.\dot{6} + \sqrt{3}$

② $\frac{3}{\sqrt{4}}$

③ $\sqrt{0.25}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\sqrt{\frac{9}{4}}$

해설

② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3} = 0.3333 \dots$ ⑤ $\frac{3}{2}$

4. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라고 할 때, $\sqrt{8} + 2\sqrt{27} + \frac{6}{\sqrt{54}} - \frac{3}{\sqrt{18}}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $\frac{1}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
③ $\frac{5}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
⑤ $\frac{3}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

② $\frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
④ $\frac{1}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{6}{3\sqrt{6}} - \frac{3}{3\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab\end{aligned}$$

5. 제곱근표에서 $\sqrt{3.27} = 1.808$, $\sqrt{32.7} = 5.718$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{327} = 18.08$

② $\sqrt{0.0327} = 0.01808$

③ $\sqrt{0.327} = 0.5718$

④ $\sqrt{3270} = 57.18$

⑤ $\sqrt{32700} = 180.8$

해설

② $\sqrt{\frac{1}{100} \times 3.27} = \frac{1}{10} \sqrt{3.27} = 0.1808$

6. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ & a = -1, b = 3 \\ & \therefore a+3b = -1+9 = 8 \end{aligned}$$

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

8. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x &= \pm 2, y = \pm 3 \\x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10\end{aligned}$$

9. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

10. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3 - (\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3 - \sqrt{15}+2 > 0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2$$

$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7} - (3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{28} - \sqrt{18} + 1 > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1$$

$$b-a = 3\sqrt{2}-1 - (3\sqrt{2}+3) = -4 \text{ 이다.}$$

11. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

- ① 7 cm^2 ② 13 cm^2 ③ 25 cm^2
④ 49 cm^2 ⑤ 91 cm^2

해설

$$\begin{aligned}4a + 4b &= 52 \text{ 이므로 } a + b = 13 \\a^2 + b^2 &= 109 \\(a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2 \\109 &= 169 - 2ab \\\therefore ab &= 30 \\(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49 \\a - b > 0, \therefore a - b &= 7 \\\therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91\end{aligned}$$

12. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다. (① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다. (④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다. (③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다. (② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다. (⑤는 성립하지 않는다.)

13. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

- ① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

14. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{10} - 2$
④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 에서

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

따라서, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$

15. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	...
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	...
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	...
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	...
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$ ② $a = 1.005, b = 1.15$
 ③ $a = 1.049, b = 1.42$ ④ $a = 1.196, b = 1.22$
 ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.