

1. 유리수 $\frac{35}{200a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라. (단, a 는 두 자리 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{35}{200a} = \frac{7}{2^3 \times 5a}$$

분모가 2 또는 5 의 곱으로 이루어져 있으면 유한소수로 나타낼 수 있으므로 $a = 10$ 이다.

2. 다음 중 순환소수의 표현이 바른 것은?

① $0.12222\cdots = 0.\dot{1}2$

② $0.377377377\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}\dot{7}$

③ $0.181818\cdots = 0.1\dot{8}$

④ $7.7777\cdots = \dot{7}.\dot{7}$

⑤ $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

해설

① $0.\dot{1}2$

② $0.\dot{3}7\dot{7}$

③ $0.1\dot{8}$

④ $\dot{7}.\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}$

3. $0.\dot{7}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 $3.\dot{1}$ 이 되었다. 이 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$ 이고 $3.\dot{1} = \frac{31-3}{9} = \frac{28}{9}$ 이므로

$\frac{7}{9}a = \frac{28}{9}$ 이다.

$\therefore a = 4$

4. $\left(\frac{x^4}{y^a}\right)^3 = \frac{x^b}{y^6}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\left(\frac{x^4}{y^a}\right)^3 = \frac{x^{12}}{y^{3a}} = \frac{x^b}{y^6} \text{ 이므로 } 3a = 6$$

따라서 $a = 2$ 이고 $b = 12$ 이다.

$$\therefore a + b = 2 + 12 = 14$$

5. $a^{-1} = \frac{1}{a}$ 임을 이용하여 $A = 3^5$ 일 때, 3^{-40} 을 A 를 사용하여 나타내면?

- ① A^8 ② $\frac{1}{A^4}$ ③ A^{-35} ④ A^{45} ⑤ $\frac{1}{A^8}$

해설

$$3^{-40} = \frac{1}{3^{40}} = \frac{1}{(3^5)^8} = \frac{1}{A^8}$$

6. $a^{13}b^9 \div (a^xb^3)^2 = a^3b^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} a^{13}b^9 \div a^{2x}b^6 &= a^3b^y \\ 13 - 2x &= 3, 9 - 6 = y \\ x &= 5, y = 3 \\ \therefore xy &= 15 \end{aligned}$$

7. $\frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y)$ 를 간단히 하면?

㉠ $-2x^2-xy$

㉡ $-2x^2-11xy$

㉢ $8x^2+11xy$

㉣ $8x^2-xy$

㉤ x^2+xy

해설

$$\begin{aligned}& \frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y) \\&= 3x^2-6xy-5x^2+5xy \\&= -2x^2-xy\end{aligned}$$

8. $A = 3x + 2y$, $B = -5x + 3y$ 일 때, $3A - \{3B + 2(A - B)\}$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면 $ax + by$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$A = 3x + 2y$, $B = -5x + 3y$ 를
식 $3A - \{3B + (A - B)\}$ 에 대입하면
 $3A - \{3B + 2(A - B)\}$
 $= 3A - (2A + B)$
 $= A - B$
 $= (3x + 2y) - (-5x + 3y)$
 $= 8x - y$
 $a = 8$, $b = -1$
 $\therefore a - b = 8 - (-1) = 9$

9. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \text{㉓}}{5^2 \times \text{㉔}} = \frac{\text{㉔}}{100} = \text{㉔}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

10. 다음 중 순환소수 $x = 0.3\dot{1}\dot{5}$ 를 분수로 고치는 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - 10x$

③ $100x - x$

④ $1000x - x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 0.3\dot{1}\dot{5}$$

$$10x = 3.1515\cdots \rightarrow \textcircled{\text{㉠}}$$

$$1000x = 315.1515\cdots \rightarrow \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉡}} - \textcircled{\text{㉠}}$ 을 하면

$$(1000x - 10x) = 312$$

$$x = \frac{312}{990}$$

11. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\bar{3}1$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{31}{90}$ ② $\frac{37}{90}$ ③ $\frac{31}{99}$ ④ $\frac{32}{99}$ ⑤ $\frac{37}{99}$

해설

$$\text{승연 : } 0.4\bar{1} = \frac{37}{90},$$

$$\text{승민 : } 0.\bar{3}1 = \frac{31}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A \text{ 이다.}$$

12. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

13. 다음 □안에 알맞은 식은?

$$\square \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

① $9a^6b^4$

② $6a^3b^2$

③ $-9a^6b^4$

④ $-6a^3b^2$

⑤ $6ab^2$

해설

$$\square = \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4$$

14. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $(4 - 5x + 6x^2) - 3(2x^2 + 3x - 4)$

② $\left(7 - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x} + 8\right)$

③ $(5 + 6x + x^2) - (-5 + 6x + x^2)$

④ $\left(\frac{1}{4}x^2 + 5x - 6\right) - \left(-6 - 5x - \frac{1}{4}x^2\right)$

⑤ $\left(\frac{2}{3}x^2 - x + 1\right) - \left(1 - x - \frac{1}{3}x^2\right)$

해설

① $4 - 5x + 6x^2 - 6x^2 - 9x + 12 = -14x + 16$ (일차식)

② $\left(7 - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x} + 8\right) = 15$

③ $5 + 6x + x^2 + 5 - 6x - x^2 = 10$

④ $\frac{1}{2}x^2 + 10x$ (이차식)

⑤ x^2 (이차식)

15. 어떤 다항식에 $-x + 5y + 3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x - 2y + 1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?

- ① $x + 8y + 7$
- ② $2x + 3y + 4$
- ③ $2x - 7y - 2$
- ④ $x - 2y + 1$
- ⑤ $-x + 2y - 3$

해설

$-(-x + 5y + 3) = 3x - 2y + 1$

$= 3x - 2y + 1 + (-x + 5y + 3) = 2x + 3y + 4$

옳게 계산한 결과는

$2x + 3y + 4 + (-x + 5y + 3) = x + 8y + 7$

16. $a = -2$, $b = -\frac{2}{5}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$4a(a - 2b) - a(2a - 3b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4a^2 - 8ab - 2a^2 + 3ab = 2a^2 - 5ab \\ &= 8 - 4 = 4\end{aligned}$$

17. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

18. $\frac{3654}{9990} = 0.abcd$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, \dots, 9$ 중 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \frac{3654}{9990} &= 0.3\dot{6}5\dot{7} \\ a &= 3, \quad b = 6, \quad c = 5, \quad d = 7 \\ \therefore a + b + c + d &= 21 \end{aligned}$$

19. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

20. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 31

해설

$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900}$ 이므로 $ab = 24$ 이다.

따라서 $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

21. $0.\dot{4}$ 와 $0.\dot{7}$ 사이의 분모가 90 인 분수 중 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되는 것의 개수는 n 개이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$$0.4 < \frac{a}{90} < 0.7$$

$$\frac{4}{9} < \frac{a}{90} < \frac{7}{9}$$

$$\frac{40}{90} < \frac{a}{90} < \frac{70}{90}$$

유한소수가 되기 위해 a 는 9 의 배수여야 하므로
40 과 70 사이의 9 의 배수는 45, 54, 63 의 3 개이다.

22. 등식 $(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$$

$$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$$

$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C=-1+3-4=-2 \text{ 가 된다.}$$

23. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

양변의 밑이 3 이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

24. 유진이는 10000 원으로 현미 ag 을 사거나 울무 bg 을 사려고 한다. 현미와 울무를 같은 무게의 비로 섞어서 만든 현미울무는 10000 원에 몇 g 을 살 수 있는 지 a, b 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 : $\frac{2ab}{a+b} g$

▶ 정답 : $\frac{2ab}{a+b} g$

해설

현미와 울무의 1g 당 가격은 각각 $\frac{10000}{a}$ 원, $\frac{10000}{b}$ 원이고, 현미와 울무를 섞은 현미울무는 2g 에 $\left(\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}\right)$ 원이므로 1 원에 $\left(\frac{2}{\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}}\right) g$ 을 살 수 있다. 따라서 현미울무는 10000 원에 $\frac{20000}{\frac{10000}{a} + \frac{10000}{b}} = \frac{2ab}{a+b} (g)$ 을 살 수 있다.

25. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이고, $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$
$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$
$$(1 + p)A^2 = (1 - q)B^2$$
$$A = x + 1, B = -2x + 3 \text{ 이므로}$$
$$(1 + p)(x + 1)^2 = (1 - q)(-2x + 3)^2 \text{ 이다.}$$
$$(1 + p)x^2 + (2 + 2p)x + (p + 1)$$
$$= (4 - 4q)x^2 + (-12 + 12q)x + (9 - 9q)$$
$$1 + p = 4 - 4q \Rightarrow p = 3 - 4q \cdots \textcircled{\tiny 1}$$
$$2 + 2p = -12 + 12q \Rightarrow 2p - 12q = -14$$
$$\Rightarrow p - 6q = -7 \cdots \textcircled{\tiny 2}$$
$$p + 1 = 9 - 9q \Rightarrow p + 9q = 8 \cdots \textcircled{\tiny 3}$$
$$\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}, \textcircled{\tiny 3} \text{ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 } \textcircled{\tiny 1} \text{식을 } \textcircled{\tiny 2} \text{식에 대입하면}$$
$$3 - 4q - 6q = -7, q = 1 \cdots \textcircled{\tiny 4}$$
$$\textcircled{\tiny 4} \text{를 } \textcircled{\tiny 1} \text{식에 대입하면}$$
$$p = 3 - 4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$