

1. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ i

⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$$

$$= \frac{(x + yi)^2 + (y - xi)^2}{(y - xi)(x + yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

2. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$$

$-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,

$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$\therefore \text{최댓값} : (-2 - 1)^2 - 3 = 6$$

3. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax + by = 0$

② $a + b = x + y$

③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④ $x = y$

⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

4. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

5. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

6. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

7. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(가) \quad f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x - 4$$

$$(나) \quad f(x) \text{와 } g(x) \text{의 최소공배수는 } x^3 - 7x + 6$$

이 때, $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수를 $G(x)$ 라 할 때, $G(2)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최소공배수는

$$L(x) = (x-1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x-1)(x-2)(x+3) \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수가 $G(x)$ 이므로

$$f(x) = G(x)A(x), \quad g(x) = G(x)B(x)$$

$A(x)$, $B(x)$ 는 서로소라 하면

$$f(x) + g(x) = G(x)A(x) + G(x)B(x)$$

$$= G(x)\{A(x) + B(x)\} \text{이므로}$$

$f(x) + g(x)$ 는 $G(x)$ 를 인수로 갖는다.

$$f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x - 4 = 2(x^2 - x - 2)$$

$$= 2(x-2)(x+1) \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $G(x) = x-2$

$$\therefore G(2) = 0$$

8. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x + 3$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + 4x^2 + x - 6$ 일 때 두 이차식을 구하면?

① $\begin{cases} x^2 + x - 3 \\ x^2 + 5x + 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2 + x - 2 \\ x^2 - x + 3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \\ x^2 - x - 6 \end{cases}$

② $\begin{cases} x^2 + x - 6 \\ x^2 + 4x + 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \\ x^2 + 5x + 6 \end{cases}$

해설

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$$

두 이차식은 $(x - 1)(x + 3)$, $(x + 2)(x + 3)$ 에서

$$x^2 + 2x - 3, x^2 + 5x + 6$$

9. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
 ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x-2)$, $B = b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x-2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x-2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x-2)}{G} \frac{(x+3)(x+5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$$

$$(x-2)(x+5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

10. 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 $(x+yi)(1+2i) + (xi-y)(-1-i) - (y+i)$ 가 실수일 때, 좌표평면에서 점 (x, y) 로 표현되는 도형과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

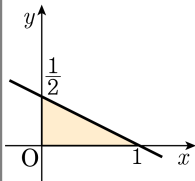
$$(\text{준식}) = (2x - 2y) + (x + 2y - 1)i = 0$$

$$\therefore x + 2y - 1 = 0,$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{넓이} = \frac{1}{4}$$



11. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② 0

③ i

④ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

⑤ $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = i$$

$$\therefore \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50} = (i)^{25}$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = -i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50} = (-i)^{25} = -(i)^{25}$$

$$\therefore i^{25} + (-i^{25}) = 0$$

12. 이차방정식 $(\sqrt{2} + 1)x^2 + x - \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 의 두 근의 곱은?

① $-\sqrt{2}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{2} - 1$ 을 곱하면

$$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 0$$

$$x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$

$$(x + \sqrt{2})(x - 1)$$

$$\therefore x = -\sqrt{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 곱은 $-\sqrt{2}$

13. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ 2

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하면 $a + b = 3$

$2x + 1 = t$ 라 하면 $x = \frac{t-1}{2}$

$f(2x + 1) = f(t) = 0$ 에서

$f(t) = 0$ 의 해가 $t = a, t = b$ 이므로

$f(2x + 1) = 0$ 의 해는 $x = \frac{a-1}{2}, \frac{b-1}{2}$ 이다.

$$\therefore \frac{a-1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{a+b-2}{2} = \frac{1}{2}$$

14. $a > 0$ 일 때, $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 모두 음수인 경우 실수 b 의 값의 범위는?

① $b < 0$

② $\frac{-a^2}{4} \leq b < 0$

③ $0 < b \leq \frac{a^2}{4}$

④ $b > 0$

⑤ $0 < b < a$

해설

$$D = a^2 - 4b \geq 0$$

$$\therefore b \leq \frac{a^2}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = b > 0$$

$$\therefore 0 < b \leq \frac{a^2}{4}$$

15. 이차함수 $y = 2(x + 1)(2x - 3)$ 의 최솟값은?

① $-\frac{25}{4}$

② $-\frac{27}{4}$

③ $-\frac{21}{5}$

④ $-\frac{23}{5}$

⑤ $-\frac{25}{7}$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x + 1)(2x - 3) \\ &= 2(2x^2 - x - 3) \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) - 6 \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - \frac{25}{4} \end{aligned}$$

16. x 가 실수일 때 $\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1}$ 의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1} = k \text{라 두면}$$

$$x^2 - x + 4 = k(x^2 + x + 1)$$

$$(k - 1)x^2 + (k + 1)x + k - 4 = 0$$

x 가 실수이므로 실근이다.

따라서, 판별식 $D = (k + 1)^2 - 4(k - 1)(k - 4) \geq 0$

$$3k^2 - 22k + 15 \leq 0$$

$$\therefore \frac{11 - 2\sqrt{19}}{3} \leq k \leq \frac{11 + 2\sqrt{19}}{3}$$

k 는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면

$$0. \times \times \leq k \leq 6. \times \times \text{에서}$$

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 6개이다.

17. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ -2

④ 2

⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$(\text{준 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x - 1}{x^2} = 1$$

18. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

19. x 에 대한 항등식 $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} : -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$

20. x 에 관한 3차 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2, $x+1$ 로 나눈 나머지가 4라고 한다. $f(x)$ 에서 x^2 의 계수를 a , 상수항을 b 라 하면 $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f(x) = px^3 + ax^2 + qx + b$ 라 하면

$f(1) = 2, f(-1) = 4$ 에서

$$p + a + q + b = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-p + a - q + b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

① + ②를 하면

$$2(a+b) = 6, a+b = 3$$