

1. 다음 중 인수분해가 바르게 된 것은?

① $4a^2 - 2ab = 2a(a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x + 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = (x + 1)(-x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 2)(x - 6)$

⑤ $10x^2 + 23x - 21 = (x + 3)(10x - 7)$

해설

① $4a^2 - 2ab = 2a(2a - b)$

② $x^2 + 20x - 100 = (x - 10)^2$

③ $-x^2 + 1 = -(x + 1)(x - 1)$

④ $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

2. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

3. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

4. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $2\sqrt{3}$

㉡ $3\sqrt{3}$

㉢ $-2\sqrt{3}$

㉣ $-3\sqrt{3}$

㉤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

5. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?

- ① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$ ③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$
④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$ ⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$$\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 = \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$$

6. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= (ax + b)f(x) \text{ 이므로} \\ 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

7. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$a + 3 = -(\alpha + \beta)$ 에서 $a = -\alpha - \beta - 3$

$3a - 3 = \alpha\beta$ 에서 $a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$

$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$(\alpha, \beta) = (-2, -6), (-4, 0)$

$\therefore a = -\alpha - \beta - 3$ 에서 $a = 1, 5$

8. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, \quad b = 2$$

$$2c + 3b = -4, \quad c = -5$$

$$-a = 3c = -15, \quad a = 15$$

9. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

- ① $x^2 - x + 1$ ② $x^2 + x - 1$ ③ $x^2 - 2x - 1$
④ $x^2 - x + 3$ ⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21 \\ &= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21 \\ & x^2 - x = A \text{ 로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21 \\ & \quad = A^2 - 8A - 9 \\ & \quad = (A - 9)(A + 1) \\ & \quad = (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

10. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab - 6a + 5b - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6a - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$
 $(a + 5)(b - 6) = 18$
 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$
(i) $a + 5 = 18, b - 6 = 1$
 $a = 13, b = 7$
(ii) $a + 5 = 9, b - 6 = 2$
 $a = 4, b = 8$
(iii) $a + 5 = 6, b - 6 = 3$
 $a = 1, b = 9$
 $\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

11. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y) \end{aligned}$$

12. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= X \text{로 치환하면} \\x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\&= X^2 - 2X + 1 - X \\&= (X - 1)^2 - X \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\&= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{이므로} \\a &= -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{이거나} \\a &= 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

13. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 에서
 $(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$
 $a > 2b > 0$ 이므로
 $33 \times 1 = 33$ 또는 $11 \times 3 = 33$
따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.

14. $x^2 + 3x - 1 = 0$ 일 때, $-x^4 + 7x^2 - 12x + 5$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 3x - 1 = 0$ 에서

$$x^2 = 1 - 3x$$

$$x^4 = (1 - 3x)^2$$

$$= 1 - 6x + 9x^2$$

$$= 1 - 6x + 9(1 - 3x)$$

$$= 1 - 6x + 9 - 27x$$

$$= 10 - 33x$$

$$\therefore -x^4 + 7x^2 - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7(1 - 3x) - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7 - 21x - 12x + 5$$

$$= 2$$

15. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.