1. $ax^2 + 24x + 9$ 이 완전제곱식이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$24 = 2 \times \sqrt{a} \times 3$ 이므로 $\sqrt{a} = 4$ $\quad \therefore\ a = 16$

2. 이차방정식 $(x-3)^2-2=0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① 6 ② $2\sqrt{2}$ ③ $6+2\sqrt{2}$
④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ -6

해설

$(x-3)^2=2$ 이므로
$x-3=\pm\sqrt{2}$
$\therefore x=3\pm\sqrt{2}$
$\alpha+\beta=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

3. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

(ㄱ) 49 의 제곱근은 ± 7 이다.

(ㄴ) $\sqrt{144}$ 의 제곱근은 ± 12 이다.

(ㄷ) 200 의 제곱근은 ± 20 이다.

(ㄹ) -4 의 제곱근은 없다.

(ㅁ) $-\sqrt{25}$ 는 -5 와 같다.

① (ㄱ),(ㄴ)　② (ㄴ),(ㄷ),(ㅁ)　③ (ㄴ),(ㄷ)

④ (ㄴ),(ㄹ),(ㅁ)　⑤ (ㄴ),(ㄷ),(ㄹ)

해설

(ㄴ) ($\sqrt{144}$ 의 제곱근)$=$ (12 의 제곱근)$= \pm\sqrt{12}$

(ㄷ) (200 의 제곱근)$= \pm 10\sqrt{2}$

4. 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
② $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
③ 1.6 의 제곱근은 ± 0.4 이다.
④ 0 의 제곱근은 없다.
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

해설
① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
③ 1.6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.6}$ 이다.
④ 0 의 제곱근은 0 이다.
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = -a$ 이다.

5. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$

$= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6$

따라서 $10X = 60$ 이다.

6. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$	㉡ 3.14	㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$
㉣ $-\sqrt{5}$	㉤ $\sqrt{0.16}$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1}=-1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16}=0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

7. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설
③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

② $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.

③ 1과 4 사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.

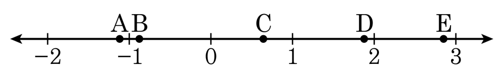
④ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

⑤ π는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
② 2 와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
③ 1 과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
④ ○ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
⑤ π 는 $3.14\cdots$ 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

9. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
$-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
$\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

10. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3+\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{4+4\sqrt{2}+2}{4-2} - \sqrt{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}+6}{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}+3-\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}+3\end{aligned}$$

11. 길이가 24 인 끈을 잘라서 넓이의 비가 3 : 1 인 두 개의 정사각형을 만들려고 한다. 작은 사각형의 한 변의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{3}+3$ ② $3\sqrt{3}-3$ ③ $3\sqrt{3}+3$

④ $4-4\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}-2$

해설

작은 정사각형 한 변의 길이 : a

큰 정사각형 한 변의 길이 : b

$4(a+b)=24 \Rightarrow a+b=6$

$b=\sqrt{3}a \Rightarrow a+\sqrt{3}a=6$

$(1+\sqrt{3})a=6$

$\therefore\ a=\dfrac{6}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{6(\sqrt{3}-1)}{2}=3\sqrt{3}-3$

12. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ 의 제곱근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.439

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{1.414}{2} + 1.732 \\ &= 0.707 + 1.732 = 2.439\end{aligned}$$

13. $\sqrt{a}$ 의 정수 부분이 3 일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{a} = 3.\times\times$

$3 \leq \sqrt{a} < 4 \rightarrow 9 \leq a < 16$

$\therefore 16 - 9 = 7$ (개)

14. $(2x+1)(2x-1)-2(2x-1)^2$ 를 전개하면 Ax^2+Bx+C 일 때, $2A+B+C$ 의 값은?

① -5　　② -4　　③ -3　　④ -2　　⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x-1)\left\{(2x+1)-2(2x-1)\right\}\\ &= (2x-1)(-2x+3)\\ &= -4x^2+8x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2A+B+C &= 2\times(-4)+8-3\\ &= -3\end{aligned}$$

15. 두 다항식 x^2+ax-3, $3x^2+2x+b$ 의 공통인 인수가 $x+3$ 일 때, $7a+b$ 의 값은?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$x^2+ax-3=(x+3)(x-1)$, $a=2$
$3x^2+2x+b=(x+3)(3x-7)$, $b=-21$
$\therefore\ 7a+b=14-21=-7$

16. x 에 관한 이차식 $3x^2 + ax + b$ 를 인수분해하면 $(3x-2)(x+3)$ 이 된다고 한다. 이 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-b=13$

해설

$3x^2 + ax + b = (3x-2)(x+3)$
$3x^2 + ax + b = 3x^2 + 7x - 6$
$\therefore a = 7, b = -6$
$\therefore a - b = 13$

17. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m=1$

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m$
$=(x-1)(x-4)(x-2)(x-3)+m$
$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)+m$

$x^2-5=t$ 로 치환하면
$(t+4)(t+6)+m$
$t^2+10t+24+m$
$t^2+10t+24+m=(t+5)^2$
$24+m=5^2$
$\therefore m=1$ 이다.

18. $\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$59 = t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60} &= \sqrt{t^2 - 2t - t + (t+1)} \\ &= \sqrt{t^2 - 2t + 1} \\ &= \sqrt{(t-1)^2} \\ &= |t-1| = |59-1| = 58\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2,\ x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$(x-2)(x+1) = 0$

$x^2 - x - 2 = 0$

$a = -1,\ b = -2$

$\therefore\ a + b = (-1) + (-2) = -3$

20. a 는 이차방정식 $3x^2-6x-7=0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2+7x-21=0$ 의 한 근일 때, $a^2+3b^2-2a+21b$ 의 값은?

① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2-6a-7=0$, $a^2-2a=\frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2+7b-21=0$, $3b^2+21b=63$

$\therefore a^2+3b^2-2a+21b=\frac{7}{3}+63=\frac{196}{3}$

21. 이차방정식 $x^2+ax-a-5=0$ 의 두 근이 $x=2,\ x=b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3　　② -2　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$(x-2)(x-b)=0$
$x^2-(2+b)x+2b=0$
$\therefore 2+b=-a,\ 2b=-a-5$
$b=-3,\ a=1$
$\therefore a+b=-2$

22. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$
근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.
a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.
따라서 $b = 90$ 이다.

23. $\sqrt{5}\times 3\sqrt{a}=15$, $\sqrt{3}\times\sqrt{b}=6$, $\sqrt{2.43}=c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a,b,c 의 곱 abc 의 값은?

① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$3\sqrt{a}=\frac{15}{\sqrt{5}},\ \sqrt{a}=\frac{15}{3\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$\therefore a=5$

$\sqrt{b}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$

$\therefore b=12$

$\sqrt{\frac{243}{100}}=\frac{9\sqrt{3}}{10}=c\sqrt{3}$

$\therefore c=\frac{9}{10}$

$\therefore abc=5\times 12\times\frac{9}{10}=54$

24. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\frac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4　　② 9　　③ 16　　④ 25　　⑤ 36

해설

$2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$

$\therefore a=3$

$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\frac{25}{10}\times\frac{6}{5}\times 18}=3\sqrt{6}$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$

25. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2})$

$= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28}$

$\therefore a = \frac{5}{2},\ b = -\frac{3}{28}$

$\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$

26. $(a-b+3)^2-(a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a-3)$　② $-4a(b+3)$　③ $-8b(a+3)$
④ $-4a(b-3)$　⑤ $-4b(a+3)$

해설

$(a-b+3)^2-(a+b+3)^2$
$=\{(a-b+3)+(a+b+3)\}$
$\{(a-b+3)-(a+b+3)\}$
$=(-2b)(2a+6)$
$=-4b(a+3)$

27. $x = \dfrac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\dfrac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$　③ $\dfrac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$

④ $\dfrac{130 + 75\sqrt{5}}{3}$　⑤ $\dfrac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3}\ ,$$

$$x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}\ ,\ \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

28. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 m 일 때, $\dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면,
$m^2-2m-1=0$
$1+2m=m^2$, $1-m^2=-2m$
$\therefore \dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}=\dfrac{m^2}{m^2}-\dfrac{6m}{-2m}=1+3=4$

29. 서로 다른 실수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a+b+c=0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 존재하지 않는다.

④ 모든 실수에 대해서 만족한다.

⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 에 $b=-a-c$ 를 대입하면 $D=(-a-c)^2-4ac=a^2-2ac+c^2=(a-c)^2\geq 0$
$a\neq c,\ a-c\neq 0$ 이므로 $(a-c)^2>0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

30. 한 원 위에 n개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

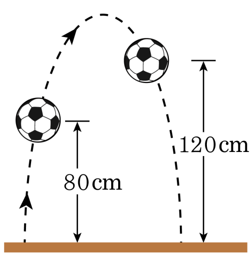
$\frac{n(n-3)}{2} = 35$이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10(\because n > 0)$

31. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답: ______ 초

▷ 정답: 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$50x - 5x^2 = 80$ 이므로

$5x^2 - 50x + 80 = 0$

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$(x - 2)(x - 8) = 0$

$x = 2$초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$50x - 5x^2 = 120$ 이므로

$5x^2 - 50x + 120 = 0$

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$(x - 4)(x - 6) = 0$

$x = 4$초 또는6초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

32. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 p, q 라 하고, $f(n)=p^n+q^n$ 이라 할 때, $af(2009)+bf(2008)+cf(2007)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 p, q 이므로

$ap^2+bp+c=0$

$aq^2+bq+c=0$

$\therefore af(2009)+bf(2008)+cf(2007)$

$=a(p^{2009}+q^{2009})+b(p^{2008}+q^{2008})$

$+c(p^{2007}+q^{2007})$

$=p^{2007}(ap^2+bp+c)+q^{2007}(aq^2+bq+c)$

$=0$

33. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2+3x+y=1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y-2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$x+y \le 44$ 이므로 $(\because\ 44^2 < 1996 < 45^2)$

1) $x+y=44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2+3x+y &= (x+y)^2+3(x+y)-2y \\ &= 1936+132-2y=1996\end{aligned}$$

$\therefore\ y=36,\ x=8$

2) $x+y \le 43$ 이면,

$2y=(x+y)^2+3(x+y)-1996 \le 43^2+129-1996$

$2y \le -18$

즉, y의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y=36,\ x=8$이므로 $y-3x=20$이다.