

1. $ax^2 + 24x + 9$ 이 완전제곱식이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$24 = 2 \times \sqrt{a} \times 3 \text{ 이므로 } \sqrt{a} = 4 \quad \therefore a = 16$$

2. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

3. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

(ㄱ) 49 의 제곱근은 ± 7 이다.

(ㄴ) $\sqrt{144}$ 의 제곱근은 ± 12 이다.

(ㄷ) 200 의 제곱근은 ± 20 이다.

(ㄹ) -4 의 제곱근은 없다.

(ㅁ) $-\sqrt{25}$ 는 -5 와 같다.

① (ㄱ),(ㄴ)

② (ㄴ),(ㄷ),(ㅁ)

③ (ㄴ),(ㄷ)

④ (ㄴ),(ㄹ),(ㅁ)

⑤ (ㄴ),(ㄷ),(ㄹ)

해설

(ㄴ) ($\sqrt{144}$ 의 제곱근) = (12 의 제곱근) = $\pm \sqrt{12}$

(ㄷ) (200 의 제곱근) = $\pm 10\sqrt{2}$

4. 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

② $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ 1.6 의 제곱근은 ± 0.4 이다.

④ 0 의 제곱근은 없다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

해설

① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$ 이다.

③ 1.6 의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.6}$ 이다.

④ 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = -a$ 이다.

5. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 \\ &= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

6. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$

㉡ 3.14

㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$

㉤ $-\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{0.16}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉤이 무리수이다.

7. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

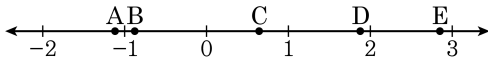
8. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ × 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ × π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

9. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17} + 6$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서

$-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17} + 6 < 2$ 이다.

$\therefore -\sqrt{17} + 6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

10. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\&= \frac{4 + 4\sqrt{2} + 2}{4 - 2} - \sqrt{2} \\&= \frac{4\sqrt{2} + 6}{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} \\&= \sqrt{2} + 3\end{aligned}$$

11. 길이가 24 인 끈을 잘라서 넓이의 비가 3: 1 인 두 개의 정사각형을 만들려고 한다. 작은 사각형의 한 변의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{3} + 3$

② $3\sqrt{3} - 3$

③ $3\sqrt{3} + 3$

④ $4 - 4\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3} - 2$

해설

작은 정사각형 한 변의 길이 : a

큰 정사각형 한 변의 길이 : b

$$4(a + b) = 24 \Rightarrow a + b = 6$$

$$b = \sqrt{3}a \Rightarrow a + \sqrt{3}a = 6$$

$$(1 + \sqrt{3})a = 6$$

$$\therefore a = \frac{6}{1 + \sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{3} - 1)}{2} = 3\sqrt{3} - 3$$

12. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ 의 제곱근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.439

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{1.414}{2} + 1.732 \\ &= 0.707 + 1.732 = 2.439\end{aligned}$$

13. $\sqrt{a}$ 의 정수 부분이 3 일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$$\sqrt{a} = 3.\times\times$$

$$3 \leq \sqrt{a} < 4 \rightarrow 9 \leq a < 16$$

$$\therefore 16 - 9 = 7 \text{ (개)}$$

14. $(2x+1)(2x-1) - 2(2x-1)^2$ 를 전개하면 $Ax^2 + Bx + C$ 일 때, $2A + B + C$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x-1)\{(2x+1) - 2(2x-1)\} \\ &= (2x-1)(-2x+3) \\ &= -4x^2 + 8x - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2A + B + C &= 2 \times (-4) + 8 - 3 \\ &= -3\end{aligned}$$

15. 두 다항식 $x^2 + ax - 3$, $3x^2 + 2x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 3$ 일 때,
 $7a + b$ 의 값은?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$x^2 + ax - 3 = (x + 3)(x - 1), a = 2$$

$$3x^2 + 2x + b = (x + 3)(3x - 7), b = -21$$

$$\therefore 7a + b = 14 - 21 = -7$$

16. x 에 관한 이차식 $3x^2 + ax + b$ 를 인수분해하면 $(3x - 2)(x + 3)$ 이 된다고 한다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 13$

해설

$$3x^2 + ax + b = (3x - 2)(x + 3)$$

$$3x^2 + ax + b = 3x^2 + 7x - 6$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

$$\therefore a - b = 13$$

17. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m \end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

18. $\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

59 = t 로 치환하면

$$\begin{aligned}\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60} &= \sqrt{t^2 - 2t - t + (t + 1)} \\ &= \sqrt{t^2 - 2t + 1} \\ &= \sqrt{(t - 1)^2} \\ &= |t - 1| = |59 - 1| = 58\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-1) + (-2) = -3$$

20. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

① $\frac{196}{3}$

② $\frac{197}{3}$

③ 66

④ $\frac{199}{3}$

⑤ $\frac{200}{3}$

해설

$$x \text{ 대신에 } a \text{ 를 대입하면 } 3a^2 - 6a - 7 = 0, a^2 - 2a = \frac{7}{3}$$

$$x \text{ 대신에 } b \text{ 를 대입하면 } b^2 + 7b - 21 = 0, 3b^2 + 21b = 63$$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 2)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (2 + b)x + 2b = 0$$

$$\therefore 2 + b = -a, \quad 2b = -a - 5$$

$$b = -3, \quad a = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

22. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

23. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

24. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

25. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28} \\ &\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{3}{28} \\ &\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

26. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

27. $x = \frac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$

② $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

28. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

29. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$
 $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.

따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

30. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

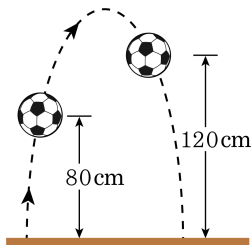
$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

31. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 :

초

▷ 정답 : 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 120 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

32. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 p, q 라 하고, $f(n) = p^n + q^n$ 이라 할 때, $af(2009) + bf(2008) + cf(2007)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 p, q 이므로

$$ap^2 + bp + c = 0$$

$$aq^2 + bq + c = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore af(2009) + bf(2008) + cf(2007) \\ &= a(p^{2009} + q^{2009}) + b(p^{2008} + q^{2008}) \\ &\quad + c(p^{2007} + q^{2007}) \\ &= p^{2007}(ap^2 + bp + c) + q^{2007}(aq^2 + bq + c) \\ &= 0 \end{aligned}$$

33. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 + 3x + y &= (x+y)^2 + 3(x+y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x+y)^2 + 3(x+y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.