1. 연립부등식 $\begin{cases} 3.1+1.7x \geq -2 \\ 4(1-2x) \geq 16 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$\begin{cases} 3.1+1.7x \geq -2 \\ 4(1-2x) \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 31+17x \geq -20 \\ 4-8x \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$\therefore \ -3 \leq x \leq -\dfrac{3}{2}$

만족하는 정수 x 의 합은 $-3-2=-5$ 이다.

2. $z = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ 일 때, $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$z^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i}$$

$$= -\frac{i}{i^2} = i$$

$$\therefore\ z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 = i^2 + i - \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1$$

$$= -1 + i - (1+i) + 1 = -1$$

3. x에 대한 방정식 $x^2+2ax+a^2-2a+3=0$의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 근이 α, β일 때,

$\alpha+\beta=-2a$, $\alpha\beta=a^2-2a+3$

$$\begin{aligned}(\alpha-\beta)^2 &= (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\\ &= (-2a)^2-4(a^2-2a+3)\\ &= 8a-12\end{aligned}$$

$|\alpha-\beta|=2$이므로,

$8a-12=4 \quad \therefore\ a=2$

4. $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $(\omega^2+1)^5+(\omega-1)^{100}$을 간단히 하면?

① 1 ② ω ③ $-\omega$ ④ 2ω ⑤ 0

해설

$x^3+1=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1)=0$

$\omega^3+1=0,\ \omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$

$\omega^2+1=\omega,\ \omega^6=1,\ \omega-1=\omega^2$

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \omega^5+(\omega^2)^{100}=\omega^5+\omega^{200}\\ &= \omega^3\cdot\omega^2+(\omega^6)^{33}\cdot\omega^2\\ &= -\omega^2+\omega^2=0\end{aligned}$$

5. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식 $\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$ 의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ $b^2 - 4ac > 0$

ㄴ $a + c < b$

ㄷ $a < 1$이고 $b < c$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ 두 식의 판별식 값이
모두 $b^2 - 4ac$이고
$D > 0$이어야 해가 존재하므로 옳다.
ㄴ주어진 식에
1을 대입하면 성립한다.