1. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

① π ② $\sqrt{49}$ ③ 3.14
④ $-\sqrt{100-1}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

해설

① π는 무리수
② $\sqrt{49}=7$ 이므로 유리수
③ 3.14는 유리수
④ $-\sqrt{100-1}=-\sqrt{99}$ 이므로 무리수
⑤ $\frac{3}{7}$은 분수 꼴로(분모가 0 이 아닌) 나타낼 수 있으므로 유리수

2. 다음 중 다항식 $3x^2+10x+3$ 과 공통인 인수를 갖는 다항식은?

① $3xy-y$ ② $9x^2-9$ ③ x^2-6x+9

④ x^2+x-12 ⑤ $6x^2-x-1$

해설

$3x^2+10x+3=(3x+1)(x+3)$

① $(3x-1)y$

② $9(x+1)(x-1)$

③ $(x-3)^2$

④ $(x+4)(x-3)$

⑤ $(3x+1)(2x-1)$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{81} = \pm 9$

② 음수의 제곱근은 두 개이다.

③ 제곱근 0.49 는 ± 0.7 이다.

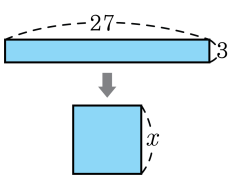
④ 6.4 의 제곱근은 0.8 이다.

⑤ 0 의 제곱근은 한 개이다.

해설

① $\sqrt{81} = 9$
② 음수의 제곱근은 없다.
③ 제곱근 $0.49 = \sqrt{0.49} = 0.7$
④ 6.4 의 제곱근 $= \pm\sqrt{6.4}$

4. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9이다. 그러므로 정사각형 한 변 x의 길이는 9가 된다.

5. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x의 값을 모두 구한 것은?

$3 < \sqrt{2x} < 5,\ \sqrt{50} < x < \sqrt{110}$

① 7, 8　② 7, 8, 9　③ 8, 9

④ 8, 9, 10　⑤ 9, 10

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{2x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는
$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 이다.
$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{110}$ 을 만족하는
$x = 8, 9, 10$ 이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.

② 유리수는 유한소수이다.

③ 순환소수는 유리수이다.

④ 유리수가 되는 무리수도 있다.

⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

7. $A = 3\sqrt{2} - 1,\ B = 2\sqrt{3} - 1,\ C = 3$ 일 때, $A,\ B,\ C$ 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1,\ B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1,\ C = 3 = \sqrt{9}$
$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$
$\therefore A > C$
$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$
$\therefore C > B$
$\therefore A > C > B$

8. 한 면의 넓이가 $54\,\mathrm{cm}^2$ 인 정육면체가 있다. 이 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $162\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^3$

해설

한 변의 길이가 $\sqrt{54}\,\mathrm{cm}$ 이므로

정육면체의 부피는

$\sqrt{54}\times\sqrt{54}\times\sqrt{54}=54\sqrt{54}$

$=54\times3\sqrt{6}$

$=162\sqrt{6}(\mathrm{cm}^3)$

9. $x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5}$ 일 때, $\dfrac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① $-1 + \dfrac{\sqrt{15}}{2}$　② $-2 + \dfrac{\sqrt{15}}{2}$　③ $-3 + \dfrac{\sqrt{15}}{2}$

④ $-4 + \dfrac{\sqrt{15}}{2}$　⑤ $-5 + \dfrac{\sqrt{15}}{2}$

해설

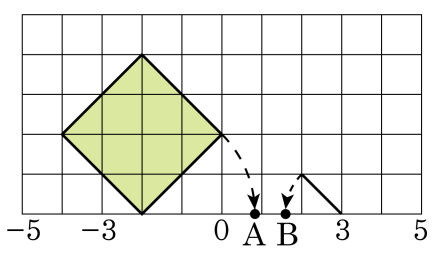
$x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5}$, $x = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y$

$$\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{3}{5}y^2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y^2 + y^2}{\frac{3}{5}y^2 - y^2}$$

$$= \frac{\frac{8}{5}y^2 - \frac{\sqrt{15}}{5}y^2}{-\frac{2}{5}y^2}$$

$$= -4 + \frac{\sqrt{15}}{2}$$

10. 다음 수직선 위에 대응하는 두 점 A, B에서 $\frac{B}{A}$ 의 값은? (작은 사각형 하나는 정사각형임)



① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{2}-5}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$

④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

해설

$A=-2+2\sqrt{2}$, $B=3-\sqrt{2}$이므로

$$\frac{B}{A}=\frac{3-\sqrt{2}}{-2+2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(3-\sqrt{2})(-2-2\sqrt{2})}{(-2+2\sqrt{2})(-2-2\sqrt{2})}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$$

11. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 <u>틀린</u> 것은?

① $\sqrt{6}+2<\sqrt{6}+3$
② $4-\sqrt{7}<2\sqrt{7}-2$
③ $2\sqrt{3}+3<6\sqrt{3}-5$
④ $2\sqrt{5}-\sqrt{8}<\sqrt{20}+3\sqrt{2}$
⑤ $3+\sqrt{3}<10-\sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3}+3<6\sqrt{3}-5$
$2\sqrt{3}+3-6\sqrt{3}+5=-4\sqrt{3}+8=-\sqrt{48}+\sqrt{64}>0$
$\therefore 2\sqrt{3}+3>6\sqrt{3}-5$

12. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

① 25 ② 27 ③ 31 ④ 34 ⑤ 36

해설

$\sqrt{x} = 5.\times\times$

$5 \le \sqrt{x} < 6 \quad \rightarrow \quad 25 \le x < 36$

13. x 에 대한 이차식 $(2x-a+2)(2x+8+2a)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-2$

해설

$-a+2=8+2a$

$-3a=6$

$\therefore\ a=-2$

14. $a = 1 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$\frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}}$$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-1 + \sqrt{3}$

해설

$\left(a - \frac{2}{a}\right) > 0$ 이고 $\left(a + \frac{2}{a}\right) < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a + \frac{2}{a}\right)^2} = -a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = -\frac{4}{a}$$

$$\therefore \frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}}$$

$= \frac{4}{-\frac{4}{a}} = -a = -1 + \sqrt{3}$ 이다.

15. 다음 빈칸에 들어갈 수를 모두 더하여라.

$3x^2 + \square x - 96 = 3(x+4)(x+\square)$

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$3x^2 + Ax - 96 = 3(x+4)(x+B)$ 라 하면

$3(x+4)(x+B) = 3x^2 + 3(4+B)x + 12B$

$= 3x^2 + Ax - 96$

$12B = -96$에서 $B = -8$

$A = 3(4+B) = -12$

$\therefore A + B = -20$

16. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$ ② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$ ④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=\mathrm{A}$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-1)-20 &= \mathrm{A}(\mathrm{A}-1)-20\\ &= \mathrm{A}^2-\mathrm{A}-20\\ &= (\mathrm{A}-5)(\mathrm{A}+4)\\ &= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

17. $x^2 + xy + x + y$를 인수분해하면?

① $(x+y)(1-x)$ ② $(x+y)(x-1)$ ③ $(x-y)(x+1)$

④ $(x+y)(x+1)$ ⑤ $(x-y)(x-1)$

해설

$x(x+y)+(x+y)=(x+y)(x+1)$

18. $a^2+2ab+b^2-a-b$를 인수분해하면?

① $(a+b)(a+b+1)$ ② $(a-b)(a+b-1)$

③ $(a-b)(a-b-2)$ ④ $(a+b)(a+b-1)$

⑤ $(a+b)(a+b-2)$

해설

$(a+b)^2-(a+b)=(a+b)(a+b-1)$

19. 다음 그림과 같이 반지름이 rm 인 원형의 연못 둘레에 폭이 am 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?

① $S = (r-a)\pi$
② $S = (a^2+r)\pi$
③ $S = a(r+3a)\pi$
④ $S = a(a+2r)\pi$
⑤ $S = (a+r)(a-r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a+r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a+r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a+r+r)(a+r-r) \\ &= a\pi(2r+a) \end{aligned}$$

20. $x-10 \le -2(x-1)$이고, x는 자연수일 때, 이차방정식 $(x-5)^2 = 1$ 의 해는?

① $x = 1$
② $x = 1$ 또는 $x = 3$
③ $x = 3$
④ $x = 4$
⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x-10 \le -2(x-1)$ 을 정리하면 $x \le 4$ 이다.
따라서 x는 1, 2, 3, 4이다.
$x = 4$ 일 때, $(4-5)^2 = 1$ 을 만족한다.

21. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b(b>0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$(x+a)^2 = \frac{b}{4}$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{\frac{b}{4}}$, $x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}}$ 이므로

$a = -3, b = 20$

$\therefore a+b = 17$

22. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$ ② $a > \frac{1}{a}$ ③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$ ⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

23. 다음 식을 만족하는 유리수 k의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{6}{\sqrt{18}}-\sqrt{32}=k\sqrt{2}$$

▶ 답:

▷ 정답: $k=-\frac{11}{4}$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{4}+\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}-16\sqrt{2}}{4}$$

$$=-\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

$-\frac{11\sqrt{2}}{4}=k\sqrt{2}$ 이므로

$k=-\frac{11}{4}$ 이다.

24. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

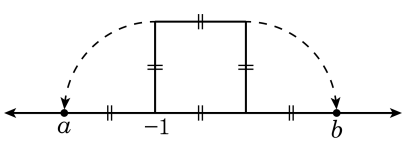
$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2} \\
&= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6} \\
&= -\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2 \\
&= \left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2
\end{aligned}
$$

값이 유리수가 되려면

$-\frac{k}{3}+2=0$

$\therefore k=6$

25. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

26. 부등식 $4 \le 3x-2 < 8$을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \le 3x-2 < 8$을 풀면 다음과 같다.

$6 \le 3x < 10$

$2 \le x < \frac{10}{3}$

$\therefore x = 2, 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = 5, b = 6$

$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$

27. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 m 일 때, $\dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면,

$m^2-2m-1=0$

$1+2m=m^2$, $1-m^2=-2m$

$\therefore \dfrac{m^2}{1+2m}-\dfrac{6m}{1-m^2}=\dfrac{m^2}{m^2}-\dfrac{6m}{-2m}=1+3=4$

28. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2 - 10 \times 3 + a = 0,\ a = 21$

$3^2 + b = 0,\ b = -9$

$\therefore\ a + b = 21 - 9 = 12$

29. 이차방정식 $-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$,

$-x+\frac{2}{5}(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$-15x+6(x^2+1)=-5(x-1)(2x+3)$

$16x^2-10x-9=0$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$x=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{16}=\frac{5\pm 13}{16}$

$\therefore\ x=\frac{9}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$\alpha<\beta$ 이므로 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{8}$

$\therefore\ \alpha-\beta=-\frac{13}{8}$

30. 이차방정식 $6x^2-5x+a=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=\dfrac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\dfrac{5}{6},\ \alpha\beta=\dfrac{a}{6}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\dfrac{25}{36}-\dfrac{a}{3}=\dfrac{13}{36}$

$\therefore a=1$

31. 이차방정식 $x^2-(a+3)x-4=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2-a\alpha-4)(\beta^2-a\beta-4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$x=\alpha$, $x=\beta$ 를 대입하면

$\alpha^2-a\alpha-3\alpha-4=0$, $\alpha^2-a\alpha-4=3\alpha$

$\beta^2-a\beta-3\beta-4=0$, $\beta^2-a\beta-4=3\beta$

$\therefore\ (\alpha^2-a\alpha-4)(\beta^2-a\beta-4)=(3\alpha)\times(3\beta)$

$=9\alpha\beta=-36$

32. $x^2+2x-1=0$ 일 때, x^4-3x^2+6x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+2x-1=0$ 에서

$x^2=1-2x$

$x^4=(1-2x)^2$

$=1-4x+4x^2$

$=1-4x+4(1-2x)$

$=1-4x+4-8x$

$=5-12x$

$\therefore\ x^4-3x^2+6x=5-12x-3(1-2x)+6x$

$=5-12x-3+6x+6x$

$=2$

33. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a, b, c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서

$(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1$, $b=1$, $c=1$

즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$

이 모두 중근을 가지므로

$D=q^2-4p=0$, $q^2=4p\cdots$㉠

$D=(p+1)^2-q^2=0$, $p^2+2p+1-q^2=0\cdots$㉡

$D=q^2-pr=0$, $q^2=pr\cdots$㉢

㉠과 ㉡에 의하여

$p^2+2p+1-4p=0$, $(p-1)^2=0$

$\therefore\ p=1$, $q=\pm2$, $r=4$

$\therefore\ p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$