

1. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

① π

② $\sqrt{49}$

③ 3.14

④ $-\sqrt{100-1}$

⑤ $\frac{3}{7}$

해설

① π 는 무리수

② $\sqrt{49} = 7$ 이므로 유리수

③ 3.14는 유리수

④ $-\sqrt{100-1} = -\sqrt{99}$ 이므로 무리수

⑤ $\frac{3}{7}$ 은 분수 꼴로 (분모가 0 이 아닌) 나타낼 수 있으므로 유리수

2. 다음 중 다항식 $3x^2 + 10x + 3$ 과 공통인 인수를 갖는 다항식은?

① $3xy - y$

② $9x^2 - 9$

③ $x^2 - 6x + 9$

④ $x^2 + x - 12$

⑤ $6x^2 - x - 1$

해설

$$3x^2 + 10x + 3 = (3x + 1)(x + 3)$$

① $(3x - 1)y$

② $9(x + 1)(x - 1)$

③ $(x - 3)^2$

④ $(x + 4)(x - 3)$

⑤ $(3x + 1)(2x - 1)$

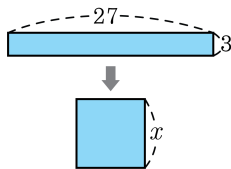
3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{81} = \pm 9$
- ② 음수의 제곱근은 두 개이다.
- ③ 제곱근 0.49 는 ± 0.7 이다.
- ④ 6.4 의 제곱근은 0.8 이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 한 개이다.

해설

- ① $\sqrt{81} = 9$
- ② 음수의 제곱근은 없다.
- ③ 제곱근 $0.49 = \sqrt{0.49} = 0.7$
- ④ 6.4의 제곱근 $= \pm \sqrt{6.4}$

4. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9가 된다.

5. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구한 것은?

$$3 < \sqrt{2x} < 5, \sqrt{50} < x < \sqrt{110}$$

① 7, 8

② 7, 8, 9

③ 8, 9

④ 8, 9, 10

⑤ 9, 10

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{2x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는

$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 이다.

$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{110}$ 을 만족하는

$x = 8, 9, 10$ 이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수 (순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

7. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

8. 한 면의 넓이가 54cm^2 인 정육면체가 있다. 이 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $162\sqrt{6}\text{cm}^3$

해설

한 변의 길이가 $\sqrt{54}\text{cm}$ 이므로
정육면체의 부피는

$$\begin{aligned}\sqrt{54} \times \sqrt{54} \times \sqrt{54} &= 54\sqrt{54} \\ &= 54 \times 3\sqrt{6} \\ &= 162\sqrt{6}(\text{cm}^3)\end{aligned}$$

9. $x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① $-1 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

② $-2 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

③ $-3 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

④ $-4 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

⑤ $-5 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

해설

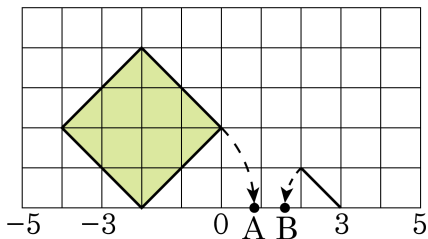
$$x : y = \sqrt{3} : \sqrt{5} \quad , \quad x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y$$

$$\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{3}{5}y^2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}y^2 + y^2}{\frac{3}{5}y^2 - y^2}$$

$$= \frac{\frac{8}{5}y^2 - \frac{\sqrt{15}}{5}y^2}{-\frac{2}{5}y^2}$$

$$= -4 + \frac{\sqrt{15}}{2}$$

10. 다음 수직선 위에 대응하는 두 점 A, B 에서 $\frac{B}{A}$ 의 값은? (작은 사각형 하나는 정사각형임)



- ① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{2}-5}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

해설

$$A = -2 + 2\sqrt{2}, \quad B = 3 - \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{3 - \sqrt{2}}{-2 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(3 - \sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})}{(-2 + 2\sqrt{2})(-2 - 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+1}{2}$$

11. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 틀린 것은?

① $\sqrt{6} + 2 < \sqrt{6} + 3$

② $4 - \sqrt{7} < 2\sqrt{7} - 2$

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

④ $2\sqrt{5} - \sqrt{8} < \sqrt{20} + 3\sqrt{2}$

⑤ $3 + \sqrt{3} < 10 - \sqrt{12}$

해설

③ $2\sqrt{3} + 3 < 6\sqrt{3} - 5$

$$2\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3} + 5 = -4\sqrt{3} + 8 = -\sqrt{48} + \sqrt{64} > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{3} + 3 > 6\sqrt{3} - 5$$

12. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

① 25

② 27

③ 31

④ 34

⑤ 36

해설

$$\sqrt{x} = 5.\times\times$$

$$5 \leq \sqrt{x} < 6 \rightarrow 25 \leq x < 36$$

13. x 에 대한 이차식 $(2x - a + 2)(2x + 8 + 2a)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$-a + 2 = 8 + 2a$$

$$-3a = 6$$

$$\therefore a = -2$$

14. $a = 1 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$\frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}} \text{를 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 + \sqrt{3}$

해설

$$\left(a - \frac{2}{a}\right) > 0 \text{이고 } \left(a + \frac{2}{a}\right) < 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a + \frac{2}{a}\right)^2} = -a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = -\frac{4}{a}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}} \\ = \frac{4}{-\frac{4}{a}} = -a = -1 + \sqrt{3} \text{이다.} \end{aligned}$$

15. 다음 빈칸에 들어갈 수를 모두 더하여라.

$$3x^2 + \square x - 96 = 3(x + 4)(x + \square)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$3x^2 + Ax - 96 = 3(x + 4)(x + B) \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} 3(x + 4)(x + B) &= 3x^2 + 3(4 + B)x + 12B \\ &= 3x^2 + Ax - 96 \end{aligned}$$

$$12B = -96 \text{에서 } B = -8$$

$$A = 3(4 + B) = -12$$

$$\therefore A + B = -20$$

16. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$

② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$

④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-1)-20 &= A(A-1)-20 \\ &= A^2-A-20 \\ &= (A-5)(A+4) \\ &= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

17. $x^2 + xy + x + y$ 를 인수분해하면?

① $(x + y)(1 - x)$

② $(x + y)(x - 1)$

③ $(x - y)(x + 1)$

④ $(x + y)(x + 1)$

⑤ $(x - y)(x - 1)$

해설

$$x(x + y) + (x + y) = (x + y)(x + 1)$$

18. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

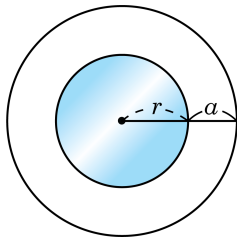
④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

19. 다음 그림과 같이 반지름이 r m 인 원형의 연못 둘레에 폭이 a m 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?



① $S = (r - a)\pi$

② $S = (a^2 + r)\pi$

③ $S = a(r + 3a)\pi$

④ $S = a(a + 2r)\pi$

⑤ $S = (a + r)(a - r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a + r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a + r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a + r + r)(a + r - r) \\ &= a\pi(2r + a) \end{aligned}$$

20. $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 이고, x 는 자연수일 때, 이차방정식 $(x - 5)^2 = 1$ 의 해는?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$ 이다.

따라서 x 는 1, 2, 3, 4이다.

$x = 4$ 일 때, $(4 - 5)^2 = 1$ 을 만족한다.

21. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b (b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$(x+a)^2 = \frac{b}{4} \text{ 에서 } x+a = \pm \sqrt{\frac{b}{4}}, x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}} \text{ 이므로}$$

$$a = -3, b = 20$$

$$\therefore a+b = 17$$

22. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

23. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

24. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

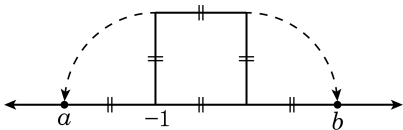
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

25. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{b-a}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

26. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

27. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

28. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

29. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

① $\frac{10}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ -1

④ 3

⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

30. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

31. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때,
 $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36 \end{aligned}$$

32. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$

$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$

$$= 2$$

33. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a, b, c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서
 $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1, b=1, c=1$
 즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$
 이 모두 중근을 가지므로

$$D=q^2-4p=0, q^2=4p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$D=(p+1)^2-q^2=0, p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$D=q^2-pr=0, q^2=pr \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡에 의하여

$$p^2+2p+1-4p=0, (p-1)^2=0$$

$$\therefore p=1, q=\pm 2, r=4$$

$$\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$$