1. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$

$\therefore\ a = 9$

$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$

$\therefore\ b = -5$

$\therefore\ a+b = 9-5 = 4$

2. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$, $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4}$
$= 14 \div 2 + 9$
$= 7 + 9 = 16$
$y = 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225}$
$= 2 \times 16 - 15$
$= 32 - 15 = 17$
$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$
따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

3. 두 수 a, b 가 $a+b<0$, $ab<0$, $|a|<|b|$를 만족할 때, $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a+b$ ② $-5a-b$ ③ $-5a+b$

④ $5a+b$ ⑤ $5a-b$

해설

$a>0,\ b<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a|+|-b|+|-2a|-|2b| \\ &= 3a-b+2a+2b \\ &= 5a+b\end{aligned}$$

4. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x - y = 12 \ \Rightarrow \ y = 3x - 12$

$\sqrt{5x+y} = \sqrt{5x + 3x - 12} = \sqrt{8x - 12}$

$\sqrt{8x-12} = 1 \ \Rightarrow \ 8x - 12 = 1, \ x = \frac{13}{8}$

(x 는 자연수가 아니다.)

$\sqrt{8x-12} = 2 \ \Rightarrow \ 8x - 12 = 4, \ x = 2$

따라서 $x = 2$ 이다.

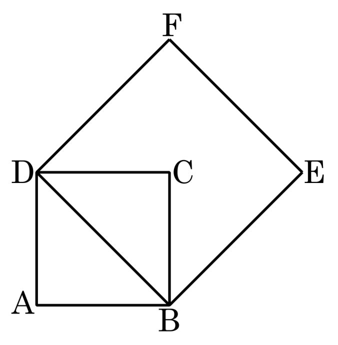
5. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x\times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x\div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ　⑤ 없다

해설
ㄱ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$
ㄴ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$
ㄷ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$
ㄹ.의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

6. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{BD}}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF 가 있다. DBEF 의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

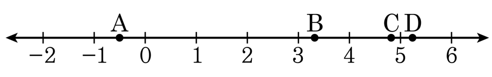
해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정사각형 DBEF 의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2}\times\sqrt{2}=8$이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times 8=16\pi$이다.

7. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$이다. 점 A에 대응하는 수를 a, 점 B에 대응하는 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$　　② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$

③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$　　④ $5-\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2=\sqrt{48}-2 \fallingdotseq 4.\times\times\times$: C

$2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-5 \fallingdotseq -0.\times\times\times$: A

$10-3\sqrt{5}=10-\sqrt{45} \fallingdotseq 3.\times\times\times$: B

$\sqrt{27} \fallingdotseq 5.\times\times\times$: D

$a=2\sqrt{5}-5, b=10-3\sqrt{5}$

$\therefore a+b=\left(2\sqrt{5}-5\right)+\left(10-3\sqrt{5}\right)=5-\sqrt{5}$

8. $x,\ y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$18x = 126$

$\therefore x = 7$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$6\sqrt{14y} = 84$

$\sqrt{14y} = 14$, $y = 14$

$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$

9. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$

$\therefore a = 16,\ b = 13$

$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$

10. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5>2\sqrt{5}$이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$
$$=|5-2\sqrt{5}|+|2\sqrt{5}-5|$$
$$=5-2\sqrt{5}-(2\sqrt{5}-5)$$
$$=5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5$$
$$=10-4\sqrt{5}$$
$$\therefore\ a+b=10-4=6$$

11. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$$\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2})$$
$$= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28}$$
$$\therefore a = \frac{5}{2},\ b = -\frac{3}{28}$$
$$\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

12. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6　　② 4　　③ -4　　④ -6　　⑤ -10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2} \\
&= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6} \\
&= -\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2 \\
&= \left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2
\end{aligned}
$$

값이 유리수가 되려면

$-\frac{k}{3}+2=0$

$\therefore k=6$

13. 부등식 $3 \le (\sqrt{2}+1)x \le 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \le (\sqrt{2}+1)x \le 7$ 에서 $\sqrt{2}+1 > 0$ 이므로

$\frac{3}{\sqrt{2}+1} \le x \le \frac{7}{\sqrt{2}+1}$ $\therefore\ 3\sqrt{2}-3 \le x \le 7\sqrt{2}-7$

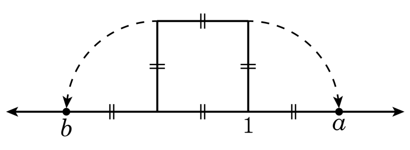
$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5$ 에서 $1 < 3\sqrt{2}-3 < 2$

$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10$ 에서 $2 < 7\sqrt{2}-7 < 3$

$1.\times\times\times \le x \le 2.\times\times\times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

14. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$

④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

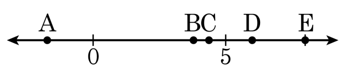
해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$a=1+\sqrt{2}$, $b=1-2\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}+1-2\sqrt{2})$$
$$=\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$$

15. 다음 중 세 수 $p,\ q,\ r$ 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}\ ,\ q = \sqrt{3} - 2\ ,\ r = \sqrt{5} + 2$$

① $\mathrm{A} = p,\ \mathrm{B} = q,\ \mathrm{C} = r$
② $\mathrm{A} = q,\ \mathrm{B} = p,\ \mathrm{C} = r$
③ $\mathrm{A} = q,\ \mathrm{B} = p,\ \mathrm{D} = r$
④ $\mathrm{B} = p,\ \mathrm{C} = q,\ \mathrm{D} = r$
⑤ $\mathrm{B} = r,\ \mathrm{C} = p,\ \mathrm{D} = q$

해설

ⅰ) $p,\ q,\ r$ 의 대소 관계를 먼저 구한다.
(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
$\therefore r > p > q$
ⅱ) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

16. $ax^2+24x+b=(3x+c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a=9,\ b=16,\ c=-4$

② $a=9,\ b=8,\ c=4$

③ $a=9,\ b=16,\ c=2$

④ $a=9,\ b=16,\ c=4$

⑤ $a=3,\ b=-8,\ c=4$

해설

$(3x+c)^2=9x^2+6cx+c^2$

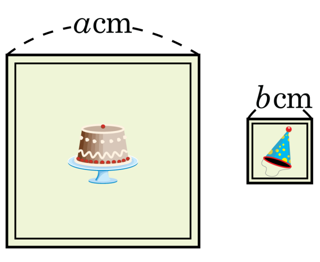
$a=9$

$6c=24,\ c=4$

$b=c^2,\ b=16$

$\therefore a=9,\ b=16,\ c=4$

17. 한 변의 길이가 각각 a cm , b cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$4(a+b) = 80$ 이므로 $a+b = 20$
$a^2 - b^2 = 100$ 이므로 $(a+b)(a-b) = 100$
$a - b = 5$
$\therefore 4(a-b) = 4 \times 5 = 20$

18. $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]-[b,\ a,\ c]$를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$ 이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$ 의 값은?

① -1　② 3　③ 0　④ 2　⑤ -2

해설

$(a-b)(a-c)-(b-a)(b-c)$
$=(a-b)(a-c)+(a-b)(b-c)$
$=(a-b)\{(a-c)+(b-c)\}$
$=(a-b)(a+b-2c)$
$\therefore x+y+z+p+q+r$
$=1+(-1)+0+1+1+(-2)=0$

19. $(x+y+4)(x-y+4)-16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-y+4)$
② $(x+y-4)^2$
③ $(x-y-2)(x+y+8)$
④ $(x+y-4)(x-y-4)$
⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$x+4=t$ 라 하면

$(t+y)(t-y)-16x$

$=t^2-y^2-16x$

$=(x+4)^2-16x-y^2$

$=(x^2+8x+16-16x)-y^2$

$=(x^2-8x+16)-y^2$

$=(x-4)^2-y^2$

$=(x+y-4)(x-y-4)$

20. $x^3+y^3=3(x^2-xy+y^2)$, $x^2+y^2=6$ 일 때, x^4-y^4 의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$
$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=3(x^2-xy+y^2)$ 이므로
$\therefore\ x+y=3$
$x^2+y^2=6$ 과 $x+y=3$ 에서
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$6=3^2-2xy$
$\therefore\ xy=\frac{3}{2}$
$x^2+y^2=6$ 과 $xy=\frac{3}{2}$ 에서
$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$6=(x-y)^2+3$
$\therefore\ x-y=\sqrt{3}\ (\because\ x>y)$
$\therefore\ x^4-y^4=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$
$=6\times3\times\sqrt{3}=18\sqrt{3}$