

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a(y+x)$

㉡ $a(x-y)(a-b)$

㉢ $a(a-2b)$

㉣ $x(a-2b)$

㉤ $x-y$

㉥ $(x-y)(a-2b)$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned}a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b)\end{aligned}$$

2. $4x^2 + Axy + 9y^2 = (Bx + Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}(Bx + Cy)^2 &= B^2x^2 + 2BCxy + C^2y^2 \\ &= 4x^2 + Axy + 9y^2\end{aligned}$$

$$B = 2, C = 3, A = 12$$

$$A + B + C = 12 + 2 + 3 = 17$$

3. 다항식 $x^2 + \square x - 6$ 이 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, a 에 알맞은 정수의 개수는? (단, a, b 는 정수이고 $a > b$)

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$x^2 + \square x - 6 = (x+a)(x+b) \text{ 이므로}$$

$$\square = a+b, -6 = ab$$

두 정수를 곱해서 -6 이 되는 경우는 -1 과 6 , 6 과 -1 , 1 과 -6 , -1 과 6 , 2 와 -3 , -3 과 2 , -2 와 3 , 3 과 -2 이고 $a > b$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a = 2$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = 6$ 이다.

따라서 a 에 알맞은 정수의 개수는 4개이다.

4. $(x-2)x^2 + 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수가 될 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x - 2$

㉡ $x + 5$

㉢ $x + 2$

㉤ $x - 5$

㉥ $(x - 2)^2$

㉦ $(x + 5)^2$

① ㉠, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉤, ㉦

⑤ ㉡, ㉥

해설

$x - 2 = A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = Ax^2 + 3Ax - 10A$$

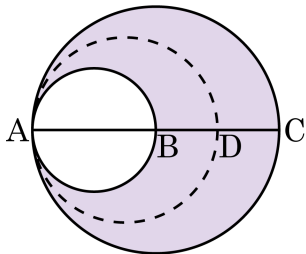
$$= A(x^2 + 3x - 10)$$

$$= A(x + 5)(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x + 5)(x - 2)$$

$$= (x - 2)^2(x + 5)$$

5. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

6. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

①

-1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

7. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

8. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

① 8

② -13

③ -8

④ -7

⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우

$(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$

$A = a + b$ 이므로

A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

9. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, b = 2$$

$$2c + 3b = -4, c = -5$$

$$-a = 3c = -15, a = 15$$

10. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

∴ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

11. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$

② $(x - 2y + 4)^2$

③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$

④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$

⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$

12. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$$

$$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

13. $f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2}$ 일 때, $f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{10}{11}$

④ $\frac{10}{99}$

⑤ $\frac{20}{99}$

해설

$$f(a) = \frac{a^2 - 1}{a^2} = \frac{a - 1}{a} \cdot \frac{a + 1}{a} \text{ 이므로}$$

$$f(10) \times f(11) \times f(12) \times \cdots \times f(99)$$

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \times \frac{11}{12} \cdot \frac{13}{12} \times \cdots \times \frac{98}{99} \cdot \frac{100}{99}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{10}{11}$$

14. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b$$

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, \quad 6ab + 2 = -4, \quad a > b \text{ 에서}$$

$$ab = -1, \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9$$

$$\therefore a - b = 3$$

$$\therefore (a - b - 1)^2$$

$$= a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab$$

$$= 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4$$

15. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x \\ &= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2) \\ &= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2) \\ &= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2) \end{aligned}$$

따라서 높이는 $x - 2$ 이다.