

1. $x(y-a)-y+a$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+1)(y+a)$ ② $(x+1)(y-a)$ ③ $(x-1)(y+a)$

④ $(x-1)(y-a)$ ⑤ $(1-x)(a+y)$

해설

$$\begin{aligned}x(y-a)-y+a &= x(y-a)-(y-a) \\ &= (x-1)(y-a)\end{aligned}$$

2. $(x-2y)(x-2y-4z)-12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

- ① $2x-4y+4z$ ② $2x-4y-4z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+4y+4z$ ⑤ $4x-2y-4z$

해설

$x-2y=A$ 라 하면

$$A(A-4z)-12z^2=A^2-4Az-12z^2$$

$$=(A-6z)(A+2z)$$

$$=(x-2y-6z)(x-2y+2z)$$

$$\therefore (x-2y-6z)+(x-2y+2z)=2x-4y-4z$$

3. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a=-1, b=3$$

$$\therefore a+3b=-1+9=8$$

4. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

☐ Ⓐ $a^2 + 1$	☐ Ⓒ $a^2 - 1$	☐ Ⓔ $a + 1$
☐ Ⓑ $a - 1$	☐ Ⓓ $a^3 + 1$	

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\ &= (a^2 - 1)(a - 1) \\ &= (a - 1)^2(a + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 Ⓒ, Ⓑ, Ⓓ이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

5. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $a+b+2$

② $a-b+6$

③ $a+b-6$

④ $a+b+6$

⑤ $a-b+5$

해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로의 길이는 $a+b+6$ 이다.

6. 다항식 $(a+b)^2 - (a+b)a - 2a^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 두 식을 다음 중에서 고르면?

① $(2a-b)$

② $(b-a)$

③ $(a+b)$

④ $(2a+b)$

⑤ $2a$

해설

$a+b=x$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 2a^2 &= (x-2a)(x+a) \\&= (a+b-2a)(a+b+a) \\&= (b-a)(2a+b)\end{aligned}$$

7. $-8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 = (a + A)(a + B)(a + C)(a + D)$ 라고 할 때, $A + B + C + D$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a - 2 = t \text{로 치환하면} \\ -8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 \\ = -8 - 7at + (at)^2 \\ = (at - 8)(at + 1) \\ = (a^2 - 2a - 8)(a^2 - 2a + 1) \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)^2 \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)(a - 1) \\ \therefore A + B + C + D = (-4) + 2 + (-1) + (-1) = -4 \end{aligned}$$

8. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6) + m \end{aligned}$$

$x^2-5=t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$$\therefore m = 1 \text{ 이다.}$$

9. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

10. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

11. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

12. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

13. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t - 2)(3t + 4)$$

$$= (a + 2 - 2) \{3(a + 2) + 4\} = a(3a + 10)$$

$$= (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} + 16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

14. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y) \end{aligned}$$

15. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$$

두 식을 완전제곱꼴로 만들면

$$a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$$

$$(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$$

$$b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$$

$$(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\text{에 의하여 } a - 2 = \sqrt{6} \ (\because a > 2), a = 2 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2}\text{에 의하여 } b + 2 = \sqrt{6} \ (\because b > -2), b = \sqrt{6} - 2$$

$$\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2$$

$$= 24 - 4 = 20$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$$