

1. $x(y - a) - y + a$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x + 1)(y + a)$

② $(x + 1)(y - a)$

③ $(x - 1)(y + a)$

④ $(x - 1)(y - a)$

⑤ $(1 - x)(a + y)$

해설

$$\begin{aligned}x(y - a) - y + a &= x(y - a) - (y - a) \\ &= (x - 1)(y - a)\end{aligned}$$

2. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

3. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + 3b = -1 + 9 = 8$$

4. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$

㉡ $a^2 - 1$

㉢ $a + 1$

㉤ $a - 1$

㉦ $a^3 + 1$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned}a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\&= (a^2 - 1)(a - 1) \\&= (a - 1)^2(a + 1)\end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉤이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

5. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로 길이를 구하면?

① $a + b + 2$

② $a - b + 6$

③ $a + b - 6$

④ $a + b + 6$

⑤ $a - b + 5$

해설

$a + b = A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로 길이는 $a + b + 6$ 이다.

6. 다항식 $(a+b)^2 - (a+b)a - 2a^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 두 식을 다음 중에서 고르면?

① $(2a - b)$

② $(b - a)$

③ $(a + b)$

④ $(2a + b)$

⑤ $2a$

해설

$a + b = x$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 2a^2 &= (x - 2a)(x + a) \\&= (a + b - 2a)(a + b + a) \\&= (b - a)(2a + b)\end{aligned}$$

7. $-8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 = (a + A)(a + B)(a + C)(a + D)$ 라고 할 때, $A + B + C + D$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$a - 2 = t$ 로 치환하면

$$-8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2$$

$$= -8 - 7at + (at)^2$$

$$= (at - 8)(at + 1)$$

$$= (a^2 - 2a - 8)(a^2 - 2a + 1)$$

$$= (a - 4)(a + 2)(a - 1)^2$$

$$= (a - 4)(a + 2)(a - 1)(a - 1)$$

$$\therefore A + B + C + D = (-4) + 2 + (-1) + (-1) = -4$$

8. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m \end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

9. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

10. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

11. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

12. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100

② -200

③ -300

④ -450

⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

13. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t-2)(3t+4)$$

$$= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$$

$$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

14. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\&= (x - z + y)(x - z - y)\end{aligned}$$

15. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0$, $b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$$

두 식을 완전제곱꼴로 만들면

$$a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$$

$$(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$$

$$b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$$

$$(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의하여 } a - 2 = \sqrt{6} (\because a > 2), a = 2 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \text{에 의하여 } b + 2 = \sqrt{6} (\because b > 2), b = \sqrt{6} - 2$$

$$\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2 \\ &= 24 - 4 = 20 \end{aligned}$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$$