1. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$$
$$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$$
$$=6x^3+x^2-4x-3$$
$$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$$

해설

$$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$$
$$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$$

2. x에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$$\frac{D}{4}=(-2m)^2-(m+3)(2m-1)=0$$

$$4m^2-(2m^2+5m-3)=0$$

$$2m^2-5m+3=0$$

$$(m-1)(2m-3)=0$$

$\therefore m=1$ 또는 $\frac{3}{2}$

$$\therefore 1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

3. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

4. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x+2)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$라 할 수 있다.

$f(1) = a + b = 2$

$f(-2) = -2a + b = 5$

연립하면, $a = -1 \quad b = 3$

$\therefore R(x) = -x + 3$

$\quad R(2) = 1$

5. $(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+2)$일 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

x^2-x를 X로 치환하면

$(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$

$=(X+1)(X-3)-5$

$=X^2-2X-3-5$

$=X^2-2X-8$

$=(X-4)(X+2)$

$=(x^2-x-4)(x^2-x+2)$

따라서, $a=-1$, $b=-4$, $c=-1$이므로

$a+b+c=-1-4-1=-6$

6. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\beta}$, $\beta+\frac{1}{\alpha}$을 두 근으로 가지는 x의 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$이다. $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ -1　④ -2　⑤ -3

해설

이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근이 α, β이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서
$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$이다.

$$\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=(\alpha+\beta)+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)$$

$$=(\alpha+\beta)+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=3+\frac{3}{1}=6$$

$$\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha\beta+1+1+\frac{1}{\alpha\beta}=1+2+1=4$$

$\therefore\ \alpha+\frac{1}{\beta}$, $\beta+\frac{1}{\alpha}$을 두 근으로 가지는 x의 이차방정식은

$x^2-6x+4=0$

$\therefore\ a=-6,\ b=4$

$\therefore\ a+b=-2$

7. 종섭이와 성제가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 을 각각 풀었다. 종섭이는 x 의 계수를 잘못 봐서 $3-2i,\ 3+2i$ 라는 근을 구했고, 성제는 상수항을 잘못 봐서 $2-i,\ 2+i$ 라는 근을 구했을 때, $\left|\dfrac{bc}{a^2}\right|$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

종섭이는 x의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 참이다.

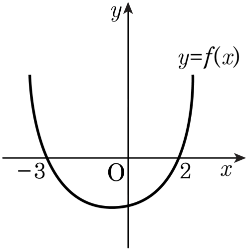
두 근의 곱 $=\dfrac{c}{a}=(3-2i)(3+2i)=9+4=13$

성제는 상수항을 잘못 보았으므로 x의 계수는 참이다.

두 근의 합$=-\dfrac{b}{a}=2-i+2+i=4$

$\therefore \left|\dfrac{bc}{a^2}\right|=\left|\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{a}\right|=|-4\times 13|=|-52|=52$

8. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1개　　② 2개　　③ 3개

④ 4개　　⑤ 5개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3)=0,\ f(2)=0$ 이므로

방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 근은

(i) $x^2-1=-3$ 일 때, $x^2=-2\quad\therefore\ x=\pm\sqrt{2}i$

(ii) $x^2-1=2$ 일 때, $x^2=3\quad\therefore\ x=\pm\sqrt{3}$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2개이다.

9. $x^2-x+1=0$ 의 한 근을 z라 한다. $p=\dfrac{1+z}{3-z}$ 일 때, $7p\cdot\overline{p}$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$x^2-x+1=0$ 의 근이 z, $\overline{z}$ 이므로

$z+\overline{z}=1,\ z\overline{z}=1$

$$\begin{aligned}7p\cdot\overline{p}&=7\left(\frac{1+z}{3-z}\right)\left(\overline{\frac{1+z}{3-z}}\right)\\&=7\left(\frac{1+z}{3-z}\right)\left(\frac{1+\overline{z}}{3-\overline{z}}\right)\\&=7\left\{\frac{1+(z+\overline{z})+z\cdot\overline{z}}{9-3(z+\overline{z})+z\cdot\overline{z}}\right\}\\&=3\end{aligned}$$

10. $x+y=3,\ x \geq 0,\ y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

준식 $y=-x+3$ 에서 $x \geq 0,\ y \geq 0$ 이므로

$y=-x+3 \geq 0 \ \rightarrow\ -x \geq -3 \ \rightarrow\ x \leq 3 \therefore\ 0 \leq x \leq 3\ (\because\ x \geq 0)$

또 $2x^2+y^2=2x^2+(-x+3)^2=2x^2+x^2-6x+9=3x^2-6x+9$

완전 제곱식으로 바꾸면 $3(x^2-2x)+9=3(x-1)^2+6$

$\therefore\ x=1$ 일 때 최솟값 6 , $x=3$ 일 때 최댓값 18 $\therefore\ M-m=12$