1. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = -(x-1)(x+3)$
$= -x^2 - 2x + 3$
$= -(x+1)^2 + 4$
$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

2. 등식 $(x+yi)(z-i)=10$을 만족하는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3개

해설

$(xz+y)+(yz-x)i=10$

$xz+y=10 \cdots$㉠, $yz-x=0 \cdots$㉡

㉡을㉠에 대입

$y(z^2+1)=10$

z를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면

$(5, 5, 1), (4, 2, 2), (3, 1, 3)$ 3개

3. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(a^2-2a-3)x=a+1$
$(a-3)(a+1)x=a+1$
$\therefore a=3$ 이면 해가 없다.

4. 방정식 $|x|+|x-1|=9$의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -20

해설

$|x|+|x-1|=9$에서

i) $x<0$일 때,

$-x-x+1=9$

$\therefore\ x=-4$

ii) $0\le x<1$일 때,

$x-x+1=9$(성립하지 않음)

iii) $x\ge 1$일 때,

$x+x-1=9$

$\therefore\ x=5$

따라서 모든 근의 곱은

$(-4)\times 5=-20$

5. x에 대한 방정식 $ix^2+(1+i)x+1=0$의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

양변에 $-i$를 곱하면
$(-i)\cdot ix^2-i(1+i)x-i=0$
$x^2+(1-i)x-i=0$
$(x-i)(x+1)=0$
$x \neq i$이므로 $x=-1$

6. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$

최솟값 $m = -\frac{k^2}{4} + k$

$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.