

1. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

- ㉠

-1.5

㉡

$\frac{11}{9}$

㉢

0.101011011001100011...

㉤

π

㉥

3.08

㉦

0.012201220122...

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉥, ㉦

2. 다음 중 정수가 아닌 유리수를 모두 고르면?

① -2

② $1.\dot{5}2$

③ 0

④ 3.14

⑤ $\frac{2}{15}$

해설

-2 는 음의 정수, 0 은 정수

3. 다음의 수 중 유한소수인 것을 모두 골라라.

$\frac{13}{20}, \frac{14}{70}, \frac{12}{55}, \frac{21}{75}, \frac{16}{150}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{20}$

▷ 정답 : $\frac{14}{70}$

▷ 정답 : $\frac{21}{75}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{13}{20} &= \frac{13}{2^2 \times 5} \\ \frac{14}{70} &= \frac{2 \times 7}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{5} \\ \frac{21}{75} &= \frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}\end{aligned}$$

4. 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수에 해당하는 말을 찾아서 이어 써라.

사람들은	공부	우리가	끝내고	저마다	떡볶이
$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{22}{3}$	$\frac{5}{2 \times 3}$	$\frac{4}{25}$
먹으러	우리들의	가자	힘에 겨운	슬픔의	사랑이
$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{78}{120}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{3}{2 \times 3^2}$	$\frac{11}{9}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 떡볶이 먹으러 가자

해설

유한소수로 나타낼 수 있는 수를 찾으면 $\frac{4}{25}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{78}{120}$ 이다.
따라서 ‘떡볶이 먹으러 가자’ 이다.

5. 분수 $\frac{a}{30}$ 와 $\frac{a}{28}$ 가 유한소수일 때, 자연수 a 값을 모두 구하여라. (단 $0 < a < 50$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 42

해설

$$\frac{a}{30} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5} , \frac{a}{28} = \frac{a}{2^2 \times 7}$$

모두 유한소수가 되려면

분모에 소인수가 2 또는 5 뿐 이여야 하므로 a 는 21의 배수이어야 한다.

6. $\frac{1}{42} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 7 ③ 14 ④ 16 ⑤ 21

해설

$\frac{1}{42} \times A = \frac{1}{2 \times 3 \times 7} \times A$ 이므로 3 과 7 을 약분할 수 있으려면 A 는 21 의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 21 이다.

7. 분수 $\frac{x}{30}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 가 된다고 한다. $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 $10 < x < 20$ 인 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{x}{30} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5}$$

x 는 3의 배수이므로 $x = 12, 15, 18$

주어진 분수가 기약분수 $\frac{2}{y}$ 로 되어야 하므로

$$x = 12$$

$$\therefore \frac{x}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}, y = 5$$

$$\therefore x - y = 12 - 5 = 7$$

8. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

9. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

10. $\frac{a}{24}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\frac{a}{24} = \frac{a}{2^3 \times 3}$ 가 유한소수이려면 a 는 3 의 배수이어야 하고, 가장 작은 한 자리의 자연수이므로 3 이다. $\frac{3}{24} = \frac{3}{2^3 \times 3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ 이므로 $b = 8$ 이다.
따라서 $a+b = 3+8 = 11$ 이다.

11. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

12. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 두 자리의 자연수일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = 45, b = 3$ ② $a = 54, b = 4$ ③ $a = 63, b = 5$
④ $a = 72, b = 6$ ⑤ $a = 81, b = 7$

해설

$\frac{a}{45} = \frac{a}{3^2 \times 5}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이어야 한다.
기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a = 9 \times 7 = 63, b = 5$

13. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$)

① 34 ② 43 ③ 48 ④ 55 ⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

14. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로

$a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$

$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

15. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \text{ (단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면

A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로

(A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.

따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

16. $64 \times 125 \times 256 \times 625$ 는 $n + 1$ 자리 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 64 \times 125 \times 256 \times 625 &= 2^6 \times 5^3 \times 2^8 \times 5^4 \\ &= 2^7 \times (2 \times 5)^7 \\ &= 2^7 \times 10^7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식은 $64 \times 125 \times 256 \times 625 = 128 \times 10^7$ 이므로 10 자리의 자연수이다.

$$\therefore n = 9$$

17. 100 보다 작은 자연수 x 에 대하여, $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{a-x}$ 이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로 x 는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때 $\frac{3}{a-x}$ 이므로

$$x = 99 \text{ 이고 } a - x = a - 99 = 4 \text{ 에서}$$

$a = 103$ 이다.